

Zadaci za općinsko natjecanje 2019. – 3. skupina

Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Magnetsko polje u točki od žice kroz koju teče struja je definirano s formulom $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$, gdje je I struja a r najmanja udaljenost žice od točke.

- a) I_1 i I_2 u točkama A i B stvaraju međusobno okomita polja, pa je ukupno polje suma njihovih kvadrata. **(2 boda)**

$$B_A = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\right)^2}$$

$$B_B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi c}\right)^2}$$

(2+2 boda)

- b) Kvadriramo dvije jednadžbe i oduzmemo B_A^2 od B_B^2 . Dobijemo izraz za I_2 :

$$I_2^2 = \frac{4\pi^2(B_A^2 - B_B^2)}{\mu_0^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right)}$$

(2 boda)

Konačan rezultat je $I_2 = 10$ A, $I_1 = 4.98$ A.

(2 boda)

Zadatak 2 (10 bodova)

Na žicu kojom teče struja u magnetskom polju djeluje sila $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$, gdje je \vec{l} duljina žice sa smjerom toka struje. Da bi žica mirovala sila težine utega mora biti po iznosu jednaka sili F , a njen smjer mora biti suprotan. Pravilom desne ruke određujemo, budući da smjer sile \vec{F} mora biti prema gore, da je smjer struje u žici prema "desno." **(2 boda)**

Iznos mase utega mora biti

$$mg = IlB \Rightarrow m = \frac{IlB}{g} = 61\text{g}$$

(3 boda)

Da bi našli vrijednost napona moramo izračunati otpor iz $R = \rho l/A = 42$ m Ω . **(2 boda)**

Napon je stoga $V = IR = 42$ mV.

(3 boda)

Zadatak 3 (8 bodova)

Periodi njihala i oscilatora s oprugom su:

$$T_{\text{njih.}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad ; \quad T_{\text{opr.}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Primjećujemo da period opruge ne ovisi o gravitaciji, pa će biti jednak na Marsu i na Zemlji. **(2 boda)**

Iz perioda $T_Z = 1$ s možemo naći masu $m = 2.53$ kg. **(2 boda)**

Duljina njihala na Zemlji se može naći iz perioda $T_Z = 1$ s. Duljina njihala je stoga $l = 24.8$ cm. **(2 boda)**

Period njihala na Marsu je $T_M = 1.63$ s. **(2 boda)**

Zadatak 4 (12 bodova)

Jezgra je pozitivno nabijena čestica naboja $q = +82e$. **(2 boda)**

Sila koja ju zakreće je Lorentzova sila $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$. Po pravilu desne ruke smjer magnetskog polja je "iz papira." **(2 boda)**

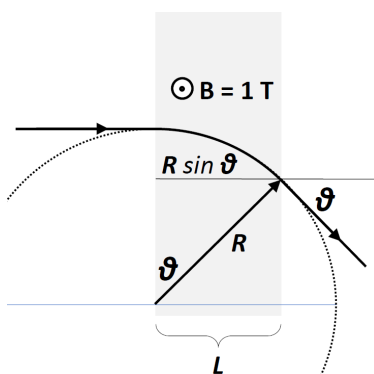
Da bismo našli potrebnu duljinu magneta skicirajmo radijus kružnice po kojoj se jezgra giba unutar magnetskog polja. Primjetimo da zakrivljena putanja čini kružni isječak kojem je kut točno traženi kut zakretanja ϑ . Korištenjem trigonometrijskih relacija:

$$L = R \sin \vartheta$$

(3 boda)

Radijus zakrivljenosti R nađemo izražavajući Lorentzovu silu kao centripetalnu:

$$m \frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{208uc}{82eB}$$

(2 boda)

Da bi zakrenuli jezgru za $\vartheta = 45^\circ$, trebamo

$$L = \frac{208uc}{82\sqrt{2}eB} = 5.58\text{m}$$

(3 boda)

Zadatak 5 (10 bodova)

Promatramo li sustav kao dva odvojena sustava, utega i dijela opruge do centra mase, imamo gibanje jednog tijela (utega) i rastezanje polovice opruge (slika). Jedina razlika sada je što smo oprugu "prepolovili" te smo joj time promijenili konstantu k . Oprugu možemo zamisliti kao dvije opruge spojene u seriju – njihove konstante se tada recipročno zbrajaju:

$$\frac{1}{k_{uk}} = \frac{1}{k_{1/2}} + \frac{1}{k_{1/2}}$$

Iz toga proizlazi da je konstanta polovice opruge $k_{1/2} = 2k_{uk}$. (bodovi se dodaju i za drugačiji pristup) **(3 boda)**

Sada možemo izračunati da je period titranja $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = 0.44$ s. **(2 boda)**

Kada je opruga nerastegnuta utezi imaju brzinu $v = 1$ m/s, što je ujedno i njihova maksimalna brzina (brzina je najveća kad je opruga nerastegnuta jer je tada sva elastična energija pretvorena u kinetičku). Izjednačavanjem energija možemo dobiti maksimalni pomak x_0 :

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{2m}{k}}v = 14.14 \text{ cm}$$

(2 boda)

Za skicu bodovi se daju za dobro ucrtan/naznačen period, za dobru funkciju (kosi-nus!) i za dobro ucrtanu/naznačenu amplitudu. **(3 boda)**

