Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

22.01.2019.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Za promatrača $\mathcal{S}$ jabuka pada nerelativistički, dakle slobodnim padom. [1 bod]

   Prema tome, vrijeme t je dano formulom

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad [1\ \text{bod}]$$

$$= 0.78\,\text{s}. \quad [1\ \text{bod}]$$

   Da bismo odredili vrijeme t', označimo trenutak kad jabuka počne padati kao događaj 1. Njegova vremenska koordinata je $t_1 = 0$, a prostorne koordinate su $x_1 = 0$ i $y_1 = h$, gdje x predstavlja horizontalnu koordinatu, a y vertikalnu. Slično, događaj 2, kad jabuka padne ima koordinate $t_2 = t$, $x_2 = 0$, $y_2 = 0$. [1 bod]

   Koristeći formulu za Lorentzovu transformaciju vremena, lako je odrediti t'. U slučaju kad se $\mathcal{S}'$ giba u horizontalnom smjeru imamo

$$t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left[(t_2 - t_1) \pm \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) \right], \quad [1\ \text{bod}]$$

   gdje je $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 10/\sqrt{19}$ Lorentzov faktor, a predznak $\pm$ ovisi giba li se $\mathcal{S}'$ udesno ili ulijevo. Budući da je $x_1 = x_2$, gornji izraz se pojednostavi na

$$t' = \gamma t = 10\sqrt{\frac{2h}{19g}} \quad [1\ \text{bod}]$$

$$= 1.79\,\text{s}. \quad [1\ \text{bod}]$$

   U slučaju vertikalnog gibanja, u formuli za Lorentzovu transformaciju moramo x koordinate zamijeniti y koordinatama. Budući da je $y_2 - y_1 = h \neq 0$, mjereno vrijeme ovisi o tome giba li se $\mathcal{S}'$ prema gore ili dolje. [1 bod]

   Razlika u mjerenom vremenu u odnosu na horizontalno gibanje je

$$\delta t' = \pm\gamma\frac{vh}{c^2} = \pm\frac{9h}{19c} \quad [1\ \text{bod}]$$

$$= \pm 2.06 \times 10^{-8}\,\text{s}, \quad [1\ \text{bod}]$$

   gdje „+" predznak odgovara gibanju prema gore, a „−" predznak gibanju prema dolje.

2. Početna količina gibanja sustava je

$$p_1 = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{mc}{\sqrt{3}}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

dok je početna energija

$$E_1 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + 2mc^2 = \frac{2}{\sqrt{3}}(1+\sqrt{3})mc^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

U sudaru je nužno očuvana količina gibanja, pa nakon sudara vrijedi

$$p_2 = p_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Budući da je sudar savršeno neelastičan, nakon sudara tijelo ima masu $3m$ i njegova je energija

$$E_2 = \sqrt{(3mc^2)^2 + (p_2c)^2} = 2\sqrt{\frac{7}{3}}mc^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Prema tome, dio početne energije koji je izgubljen u sudaru je

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}} = 0.03. \qquad \text{[2 BODA]}$$

3. Svijetli krug na površini vode je slika svjetiljke sa dna bazena. Polumjer kruga je određen totalnom refleksijom. Za kutove veće od graničnog, svjetlost se na površini vode totalno reflektira i ne izlazi van. [2 BODA]

Prema tome, ako je α granični kut za totalnu refleksiju u vodi, onda iz geometrije slijedi

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{h}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

S druge strane, kut totalne refleksije je određen Snellovim zakonom

$$\sin\alpha = \frac{1}{n_\mathrm{v}}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Kombiniranjem ovih jednadžbi imamo

$$\begin{aligned} r &= \frac{h}{\sqrt{n_\mathrm{v}^2 - 1}} && \text{[1 BOD]} \\ &= 2.28\,\mathrm{m}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Ako na vodu nadolijemo sloj ulja, tada će granična zraka u ulju zatvarati kut β s okomicom, gdje prema Snellovom zakonu vrijedi

$$n_\mathrm{u}\sin\beta = n_\mathrm{v}\sin\alpha = 1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde vidimo da će se dolijevanjem ulja svijetlom krugu proširiti polumjer za

$$\begin{aligned} \delta r = h'\operatorname{tg}\beta &= \frac{h'}{\sqrt{n_\mathrm{u}^2 - 1}} && \text{[1 BOD]} \\ &= 9.40\,\mathrm{cm}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

4. Ako svjetlost upada pod kutom α, a lomi se pod kutom β, tada iz uvjeta zadatka vrijedi

$$\alpha - \beta = \delta \qquad \text{[2 BODA]}$$

Nadalje, iz činjenice da je reflektirana zraka u potpunosti polarizirana, zaključujemo da kut upada odgovara Brewsterovom kutu te da mora vrijediti

$$\operatorname{tg} \alpha = n. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Sada možemo gornje jednakosti uvrstiti u Snellov zakon

$$\sin \alpha = n \sin \beta \qquad \text{[2 BODA]}$$

i dobiti jednadžbu

$$n = n(n \cos \delta - \sin \delta). \qquad \text{[2 BODA]}$$

Rješenje ove jednadžbe je

$$\begin{aligned} n &= \frac{1 + \sin \delta}{\cos \delta} && \text{[1 BOD]} \\ &= 1.19. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

5. Maksimumi difrakcije na optičkoj rešetci se javljaju pod kutovima koji zadovoljavaju jednadžbu

$$d \sin \theta_k = k\lambda, \qquad \text{[2 BODA]}$$

pa iz podataka danih u zadatku možemo odrediti omjer λ/d

$$\frac{\lambda}{d} = \sin \theta_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Ako rešetku obasjamo svjetlošću valne duljine $\lambda' = \frac{2}{3}\lambda$, difrakcijski maksimumi će biti vidljivi pod kutovima

$$\sin \theta'_k = k\frac{\lambda'}{d} = \frac{2}{3} k \sin \theta_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde lako nađemo

$$\theta'_1 = 11.89°,\ \theta'_2 = 24.33°,\ \theta'_3 = 38.17°,\ \theta'_4 = 55.49°. \qquad \text{[4 BODA]}$$