

Županijsko natjecanje iz fizike 2018/2019
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Ukupna udaljenost, koju prijeđe prednji kraj vlaka, u vremenu dolaska automobila do pruge jednaka je zbroju početne udaljenosti prednjeg kraja vlaka od ceste x_0 i duljine vlaka l . Vrijeme potrebno da vlak prijeđe ovu udaljenost jednako je:

$$t = \frac{x_0 + l}{v_{vlak}} = \frac{(450 + 90) \text{ m}}{18 \text{ m/s}} = 30 \text{ s. (1 bod)}$$

Gibanje automobila podijeljeno je u dva dijela: prvu polovicu puta $s = y_0/2 = 100 \text{ m}$ automobil se giba jednoliko usporeno iznosom ubrzanja a , a drugu polovicu puta stalnom brzinom, koju je imao na kraju usporenog gibanja. Možemo postaviti jednadžbe:

$$s = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$v_1 = v_0 - a t_1 \text{ (1 bod)}$$

$$s = v_1 t_2 \text{ (1 bod)}$$

$$t = t_1 + t_2 \text{ (1 bod)}$$

Iz druge jednadžbe izrazimo ubrzanje:

$$a = \frac{v_0 - v_1}{t_1}$$

i uvrstimo u prvu jednadžbu pa dobijemo:

$$s = \frac{v_0 t_1}{2} + \frac{v_1 t_1}{2}$$

Kombiniranjem treće i četvrte jednadžbe izrazimo v_1 :

$$v_1 = \frac{s}{t - t_1}$$

i uvrstimo u prethodan izraz. Nakon sređivanja i uvrštavanja brojeva dobijemo sljedeću kvadratnu jednadžbu:

$$t_1^2 - \left(\frac{3s}{v_0} + t \right) t_1 + \frac{2st}{v_0} = 0$$

$$t_1^2 - 50t_1 + 400 = 0$$

$$(t_1 - 10)(t_1 - 40) = 0 \text{ (2 boda)}$$

Iz uvjeta zadatka zaključujemo da je rješenje $t_1 = 10 \text{ s. (1 bod)}$

Slijedi da je brzina v_1 jednaka:

$$v_1 = \frac{s}{t - t_1} = 5 \text{ m/s (1 bod)}$$

Ubrzanje automobila je:

$$a = \frac{v_0 - v_1}{t_1} = 1 \text{ m/s}^2 \text{ u smjeru suprotnom brzini automobila. (1 bod)}$$

Nakon $t' = 1 \text{ min}$ gibanja prednji kraj vlaka i automobila udaljeni su:

$$s' = \sqrt{(l + v_{vlak} t')^2 + (v_1 t')^2} = 1201 \text{ m. (1 bod)}$$

2. zadatak (10 bodova)

Iz grafa ovisnosti brzine Ivica o vremenu zaključujemo da Ivica mijenja smjer kretanja u $t = 4 \text{ min}$ u kojem mu brzina mijenja predznak. Ivica se od početnog trenutka do $t = 6 \text{ min}$ giba jednoliko ubrzano s početnom brzinom $v_{0Ivica} = 8 \text{ m/s}$. Ubrzanje Ivica jednako je:

$$a_{Ivica} = \frac{v(6 \text{ min}) - v_{0Ivica}}{6 \text{ min}} = \frac{-4 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s}}{6 \cdot 60 \text{ s}} = -\frac{1}{30} \text{ m/s}^2 \text{ (1 bod)}$$

Ako uzmemo da je ishodište koordinatnog sustava na početnom položaju Ivice, onda je ovisnost položaja Ivice o vremenu za prvih 6 minuta gibanja dana izrazom:

$$x_{Ivica}(t) = v_{0Ivica}t + \frac{1}{2}a_{Ivica}t^2$$

Što znači da Ivica do zaustavljanja prijeđe put

$$s_{Ivica} = x_{Ivica}(4 \text{ min}) = 8 \text{ m/s} \cdot 240 \text{ s} - \frac{1}{2} \frac{1}{30} \text{ m/s}^2 \cdot (240 \text{ s})^2 = 960 \text{ m} \text{ (1 bod)}$$

Iz uvjeta zadatka slijedi da je u istom vremenu Perica prešao $s_{Perica} = 2400 \text{ m} - 960 \text{ m} = 1440 \text{ m}$, što znači da je trčao jednoliko brzinom:

$$v_{0Perica} = \frac{s_{Perica}}{240 \text{ s}} = 6 \text{ m/s} \text{ (1 bod)}$$

Smjer brzine Perice je negativan jer trči u smjeru prema Ivici. Nakon promjene smjera trčanja Ivica jednoliko ubrzava dvije minute, a zatim se giba stalnom brzinom. Trebamo odrediti nakon koliko vremena će se Ivica vratiti u svoju početnu točku. Za vrijeme ubrzavanja prijeđe put:

$$s'_{Ivica} = \frac{1}{2} \Delta v \cdot \Delta t = \frac{4 \text{ m/s} \cdot 120 \text{ s}}{2} = 240 \text{ m} \text{ (1 bod)}$$

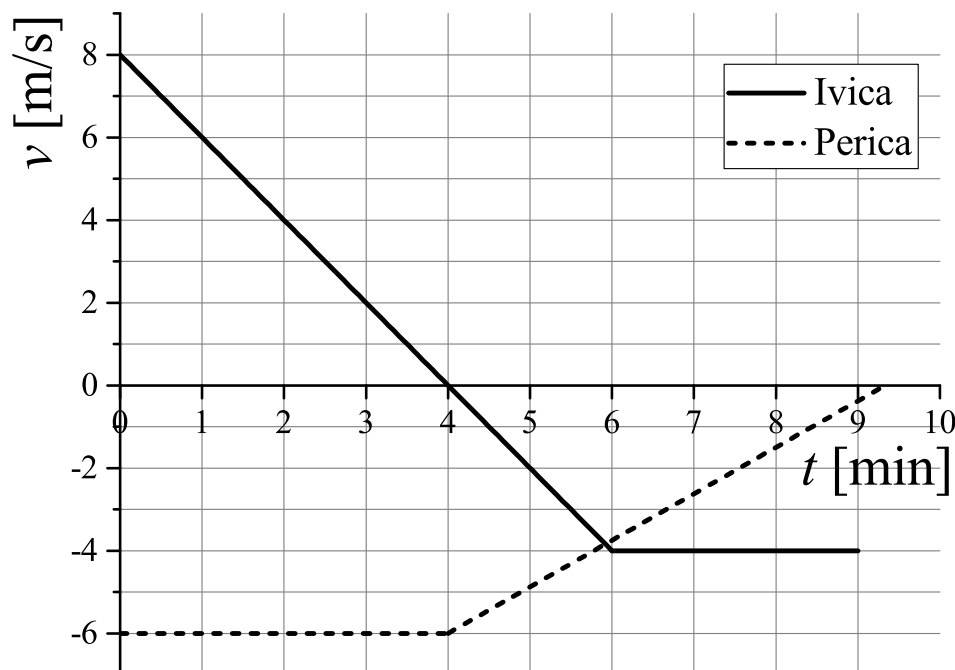
Ostatak puta do početne točke iznosi: $s''_{Ivica} = s_{Ivica} - s'_{Ivica} = 960 \text{ m} - 240 \text{ m} = 720 \text{ m}$ i na tom putu Ivica trči stalnom brzinom 4 m/s te mu za to treba vremena:

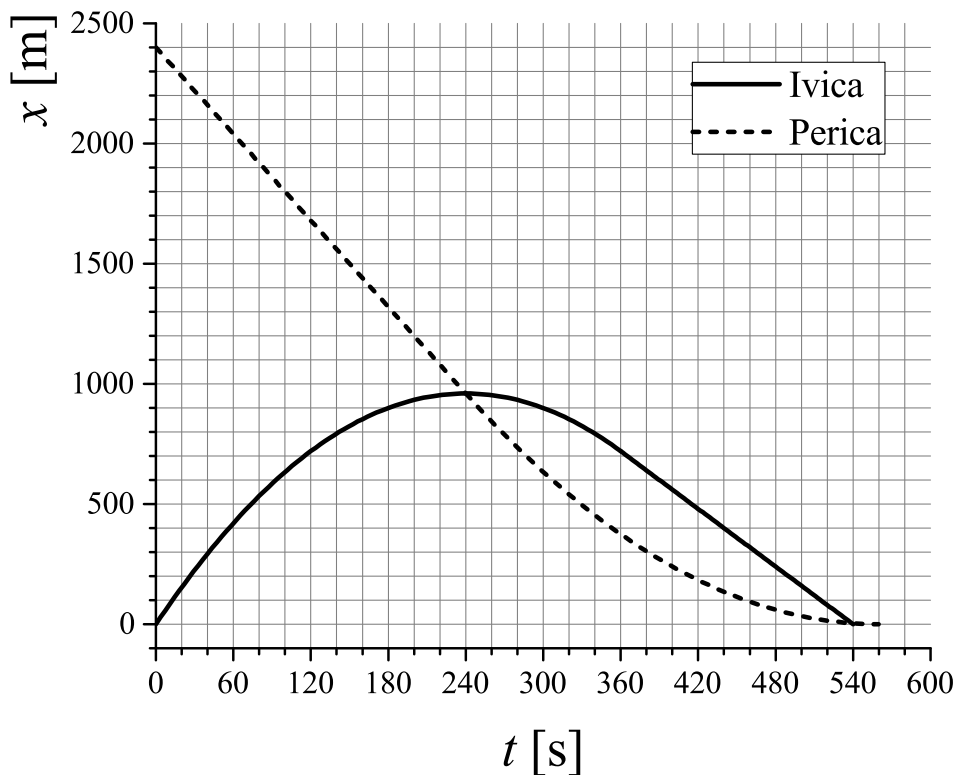
$$t''_{Ivica} = \frac{720 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 180 \text{ s} = 3 \text{ min} \text{ (1 bod)}$$

Dakle, ukupno vrijeme potrebno Ivici da od trenutka promjene smjera brzine dođe do svog početnog položaja iznosi 5 minuta. Vrijeme potrebno Perici da dođe do početnog položaja Ivice iznosi:

$$s_{Ivica} = \frac{v_{0Perica}t_{Perica}}{2} \Rightarrow t_{Perica} = \frac{2s_{Ivica}}{v_{0Perica}} = \frac{2 \cdot 960 \text{ m}}{6 \text{ m/s}} = 320 \text{ s} = 5 \text{ min i } 20 \text{ s. (1 bod)}$$

Prema tome Ivica će doći 20 sekundi prije Perice u svoj početni položaj. (1 bod) Ovisnost brzine Perice o vremenu te ovisnosti položaja Ivice i Perice o vremenu prikazani su na sljedećim grafovima (3 boda).





3. zadatak (9 bodova)

Vrijeme pada malog tijela na tlo jednako je:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.5 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} = 0.32 \text{ s (1 bod)}$$

Brzina malog tijela u horizontalnom smjeru u trenutku napuštanja stola izračunamo iz prijeđene horizontalne udaljenosti x i vremena pada:

$$x = vt \Rightarrow v = \frac{x}{t} = x\sqrt{\frac{g}{2h}} = 2.19 \text{ m/s (1 bod)}$$

Ubrzanje malog tijela za vrijeme gibanja po stolu izračunamo iz njegove konačne brzine i ukupne prijeđene udaljenosti:

$$s = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{x^2g}{4hs} = \frac{0.7^2 \text{ m}^2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{4 \cdot 0.5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}} = 2.4 \text{ m/s}^2 \text{ (1 bod)}$$

Sile na malo tijelo prikazane su na slici desno. (1 bod)

Za gibanje malog tijela po stolu vrijedi drugi Newtonov zakon kojeg možemo napisati po komponentama paralelno i okomito na stol. Slijede jednačbe:

$$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}F - F_{tr} \text{ (1 bod)}$$

$$0 = N - mg - \frac{1}{2}F \text{ (1 bod)}$$

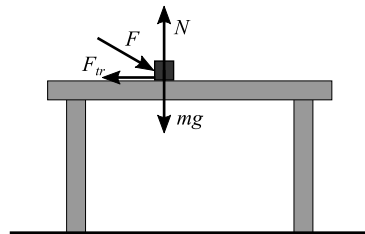
Iz druge jednačbe slijedi da je sila stola na malo tijelo jednaka:

$$N = mg + \frac{1}{2}F$$

pa je prema tome sila trenja jednaka:

$$F_{tr} = \mu \left(mg + \frac{1}{2}F \right) \text{ (1 bod)}$$

Uvrštavanjem izraza za silu trenja u prvu jednačbu dobijemo:



$$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}F - \mu \left(mg + \frac{1}{2}F \right)$$

$$\mu = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}F - ma}{mg + \frac{1}{2}F} = 0.377 \text{ (2 boda)}$$

4. zadatak (11 bodova)

Sve sile koje djeluju na pojedino tijelo prikazane su na slici desno. (2 boda) Tijelo A se giba prema desno, a tijelo B niz kosinu. Drugi Newtonov zakon za svako tijelo pišemo po komponentama paralelno i okomito na podlogu po kojoj se gibaju:

$$m_A a_A = T_1 - F_{trA} \text{ (1 bod)}$$

$$0 = N_A - m_A g \text{ (1 bod)}$$

$$m_B a_B = \frac{\sqrt{3}}{2} m_B g - T_2 - F_{trB} \text{ (1 bod)}$$

$$0 = N_B - \frac{1}{2} m_B g \text{ (1 bod)}$$

Tijelo B u istom vremenskom intervalu prijeđe dvostruko veći put od tijela A pa se stoga i ubrzanja tijela A i B odnose kao:

$$a_B = 2a_A \text{ (1 bod)}$$

Napetosti užeta odnose se na način:

$$T_1 = 2T_2 \text{ (1 bod)}$$

Sile trenja jednake su:

$$F_{trA} = \mu N_A \text{ i } F_{trB} = \mu N_B \text{ (1 bod)}$$

Iz druge i četvrte jednadžbe izrazimo sile podloge na tijelo A i B:

$$N_A = m_A g, N_B = \frac{1}{2} m_B g$$

Uvrstimo u prvu i treću jednadžbu te dobijemo sustav:

$$m_A a_A = 2T_2 - \mu m_A g$$

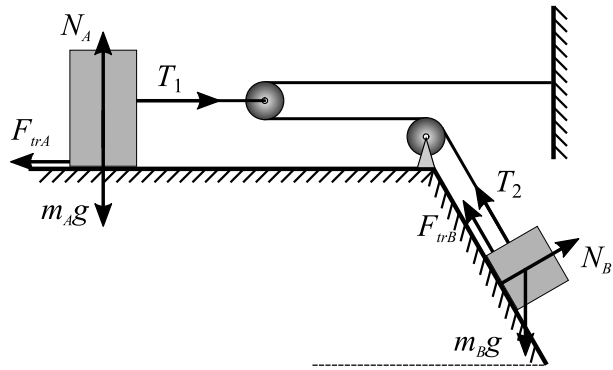
$$2m_B a_A = \frac{\sqrt{3}}{2} m_B g - T_2 - \mu \frac{1}{2} m_B g$$

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$$(m_A + 4m_B) a_A = (\sqrt{3}m_B - \mu(m_A + m_B)) g$$

$$a_A = \frac{\sqrt{3}m_B - \mu(m_A + m_B)}{m_A + 4m_B} g = 0.189g = 1.85 \text{ m/s}^2 \text{ (1 bod)}$$

$$a_B = 2a_A = 3.7 \text{ m/s}^2 \text{ (1 bod)}$$



5. zadatak (10 bodova)

Vrijeme pada prve loptice na tlo izračunamo na način:

$$h_{0,1} = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_{0,1}}{g}} = 0.64 \text{ s (1 bod)}$$

Brzina druge kuglice mijenja se u vremenu na način:

$$v(t) = v_0 - gt,$$

a u trenutku, u kojem druga kuglica postiže maksimalnu visinu, jednaka je:

$$v(t_1) = 0 = v_0 - gt_1$$

Slijedi da je početna brzina druge kuglice jednaka:

$$v_0 = gt_1 = 6.26 \text{ m/s. (2 boda)}$$

Nakon što je postigla maksimalnu visinu, druga kuglica pada na tlo. Najprije izračunamo maksimalnu visinu druge kuglice:

$$h_2 = h_{0,2} + \frac{1}{2}gt_1^2 = h_{0,2} + \frac{1}{2}g\frac{2h_{0,1}}{g} = h_{0,2} + h_{0,1} = 6 \text{ m. (1 bod)}$$

Vrijeme pada druge loptice na tlo s njezine maksimalne visine iznosi:

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 1.11 \text{ s (1 bod)}$$

Nakon što se odbila od tla, prva kuglica ima početnu brzinu $v_0 = gt_1$ prema gore. Iz prethodnog slijedi da će prva kuglica nakon t_1 vremena postići maksimalnu (početnu) visinu, a nakon $2t_1$ vremena ponovo pasti na tlo. Usporedbom t_1 i t_2 , odnosno s obzirom na to da je $t_1 < t_2 < 2t_1$ slijedi da će se prva kuglica gibati prema tlu u trenutku pada druge kuglice na tlo. **(1 bod)** Gibanje prve kuglice nakon što se odbila od tla opisano je jednadžbama (pri čemu je ishodište sustava na tlu, a pozitivan smjer prema gore):

$$y(t) = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v(t) = v_0 - gt$$

Slijedi da su položaj i brzina prve kuglice u trenutku t_2 jednaki:

$$y(t_2) = v_0t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = \sqrt{2h_{0,1}g}\frac{2h_2}{g} - \frac{1}{2}g\frac{2h_2}{g} = 2\sqrt{h_{0,1}h_2} - h_2 = 0.93 \text{ m (2 boda)}$$

$$v(t_2) = v_0 - gt_2 = \sqrt{2h_{0,1}g} - g\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{2g}(\sqrt{h_{0,1}} - \sqrt{h_2}) = -4.59 \text{ m/s (2 boda)}$$