

Županijsko natjecanje iz fizike 2019/2020
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (8 bodova)

Kada se vlakovi gibaju u istom smjeru, brzina vlaka A u referentnom sustavu u vlaka B je:

$$\vec{v}'_A = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

$$v'_A = v_A - v_B, \text{ (1 bod)}$$

što je ujedno i brzina kojom vlak A pretječe vlak B pa je vrijeme u kojem promatrač iz vlaka A vidi vlak B jednako:

$$\Delta t_1 = \frac{l_B}{v'_A} = \frac{l_B}{v_A - v_B} \text{ (1 bod)}$$

Kada se vlakovi gibaju u suprotnim smjerovima, brzina vlaka A u referentnom sustavu vlaka B je:

$$\vec{v}'_A = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

$$v'_A = v_A + v_B \text{ (1 bod)}$$

Vrijeme u kojem promatrač iz vlaka B vidi vlak A je:

$$\Delta t_2 = \frac{l_A}{v'_A} = \frac{l_A}{v_A + v_B} \text{ (1 bod)}$$

Imamo sustav jednadžbi:

$$v_A - v_B = \frac{l_B}{\Delta t_1}$$

$$v_A + v_B = \frac{l_A}{\Delta t_2}$$

Iz kojeg slijedi:

$$v_A = \frac{1}{2} \left(\frac{l_B}{\Delta t_1} + \frac{l_A}{\Delta t_2} \right) = 10.75 \text{ m/s (2 boda)}$$

$$v_B = v_A - \frac{l_B}{\Delta t_1} = 9.25 \text{ m/s (2 boda)}$$

2. zadatak (12 bodova)

Gibanje Borne podijelimo u tri etape: I) jednoliko ubrzavanje prvih $\Delta t_{B,I} = 14 \text{ s}$, II) jednoliko gibanje i III) jednoliko ubrzavanje zadnjih $\Delta t_{B,III} = 10 \text{ s}$ do brzine $v_{B,III} = 4.6 \text{ m/s}$. Ukupno vrijeme gibanja je $t_B = 234 \text{ s}$, a ukupni prijeđeni put je $s = 800 \text{ m}$. Vrijedi:

$$s = \frac{1}{2} v_{B,I} \Delta t_{B,I} + v_{B,I} \Delta t_{B,II} + \frac{v_{B,I} + v_{B,III}}{2} \Delta t_{B,III}$$

Iz uvjeta zadatka vrijedi:

$$t_B = \Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} + \Delta t_{B,III} \Rightarrow \Delta t_{B,II} = t_B - \Delta t_{B,I} - \Delta t_{B,III} = 210 \text{ s (1 bod)}$$

Iz prve jednadžbe izrazimo jedinu nepoznanicu $v_{B,I}$:

$$v_{B,I} \left(\frac{1}{2} \Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} + \frac{1}{2} \Delta t_{B,III} \right) = s - \frac{v_{B,III}}{2} \Delta t_{B,III}$$

$$v_{B,I} = \frac{2s - v_{B,III} \Delta t_{B,III}}{\Delta t_{B,I} + 2\Delta t_{B,II} + \Delta t_{B,III}} = \frac{2 \cdot 800 \text{ m} - 4.6 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s}}{14 \text{ s} + 2 \cdot 210 \text{ s} + 10 \text{ s}} = 3.5 \text{ m/s (1 bod)}$$

Domagoj se giba u dvije etape: I) jednoliko ubrzano prvih $s_{D,I} = 0.15s = 120$ m i II) jednoliko brzinom $v_{D,I} = 4$ m/s. Vrijedi:

$$s_{D,I} = \frac{1}{2}v_{D,I}\Delta t_{D,I}$$

$$\Delta t_{D,I} = \frac{2s_{D,I}}{v_{D,I}} = \frac{2 \cdot 120 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 60 \text{ s. (1 bod)}$$

Vrijeme potrebno za ostatak staze duljine $s_{D,II} = s - s_{D,I} = 680$ m je:

$$s_{D,II} = v_{D,I}\Delta t_{D,II}$$

$$\Delta t_{D,II} = \frac{s_{D,II}}{v_{D,I}} = \frac{680 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 170 \text{ s. (1 bod)}$$

Ukupno vrijeme u kojem Domagoj pretrči stazu je:

$$t_D = \Delta t_{D,I} + \Delta t_{D,II} = 60 \text{ s} + 170 \text{ s} = 230 \text{ s.}$$

Prema tome, Domagoj će prvi proći kroz cilj i to za $\Delta t = t_B - t_D = 4$ s. (1 bod)

Izračunajmo prijeđeni put oba trkača nakon $\Delta t_{B,I}$ vremena:

$$s_B(\Delta t_{B,I}) = \frac{1}{2}v_{B,I}\Delta t_{B,I} = \frac{1}{2} \cdot 3.5 \text{ m/s} \cdot 14 \text{ s} = 24.5 \text{ m}$$

$$s_D(\Delta t_{B,I}) = \frac{1}{2} \frac{v_{D,I}}{\Delta t_{D,I}} (\Delta t_{B,I})^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \text{ m/s}}{60 \text{ s}} \cdot (14 \text{ s})^2 = 6.53 \text{ m}$$

Izračunajmo prijeđeni put oba trkača nakon $\Delta t_{D,I}$ vremena:

$$s_B(\Delta t_{D,I}) = 24.5 \text{ m} + v_{B,I}(\Delta t_{D,I} - \Delta t_{B,I}) = 24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot 46 \text{ s} = 185.5 \text{ m}$$

$$s_D(\Delta t_{D,I}) = \frac{1}{2}v_{D,I}\Delta t_{D,I} = 120 \text{ m}$$

Izračunajmo prijeđeni put oba trkača nakon $\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} = 224$ s vremena:

$$s_B(\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II}) = 24.5 \text{ m} + v_{B,I}\Delta t_{B,II} = 24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot 210 \text{ s} = 759.5 \text{ m}$$

$$s_D(\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II}) = 120 \text{ m} + v_{D,I}(\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} - \Delta t_{D,I}) = 120 \text{ m} + 4 \text{ m/s} \cdot 164 \text{ s} = 776 \text{ m}$$

Zaključujemo da je Domagoj prestigao Borna u razdoblju u kojem se oba trkača gibaju jednoliko. (2 boda) Vrijedi jednadžba:

$$x_B(t') = x_D(t')$$

$$x_B(\Delta t_{B,I}) + v_{B,I}(t' - \Delta t_{B,I}) = x_D(\Delta t_{D,I}) + v_{D,I}(t' - \Delta t_{D,I})$$

$$24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot (t' - 14 \text{ s}) = 120 \text{ m} + 4 \text{ m/s} \cdot (t' - 60 \text{ s})$$

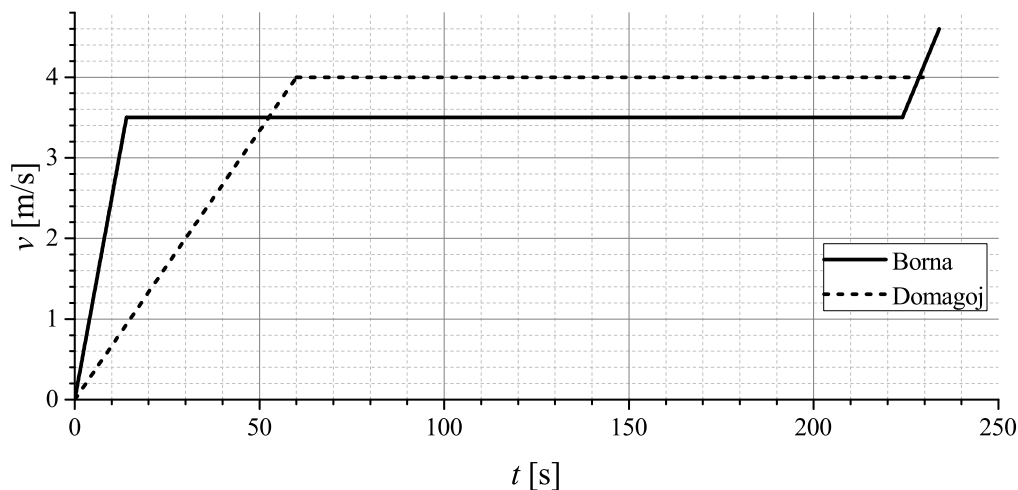
$$0.5 \text{ m/s} \cdot t' = 95.5 \text{ m}$$

$$t' = 191 \text{ s (2 boda)}$$

Prijeđeni put je:

$$x_B(t') = x_D(t') = 24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot (191 \text{ s} - 14 \text{ s}) = 644 \text{ m. (1 bod)}$$

Ovisnost brzine Borne i Domagoja o vremenu prikazana je na sljedećem grafu. (2 boda)



3. zadatak (12 bodova)

Sa slike početnog i konačnog položaja vidi se da tijelo A prijeđe ukupan put $a/2$ uz kosu stranicu tijela C i da tijelo B prijeđe ukupan put $a/2$ po horizontalnoj podlozi. Budući da tijela A i B u jednakom vremenskom intervalu prelaze jednak put, slijedi da su njihova ubrzanja jednaka: $a_A = a_B = a$. (1 bod)

Na slici desno prikazane su sve sile na tijelo A. Sile rastavimo na komponente paralelno kosoj stranici tijela C i okomito na nju. Zatim možemo napisati drugi Newtonov zakon:

$$m_A a_A = \frac{\sqrt{3}}{2} N_{BA} - \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gA} \quad (1 \text{ bod})$$

$$0 = N_{CA} - \frac{1}{2} N_{BA} - \frac{1}{2} F_{gA} \quad (1 \text{ bod})$$

Na slici lijevo prikazane su sve sile na tijelo B. Drugi Newtonov zakon za smjer paralelan podlozi glasi:

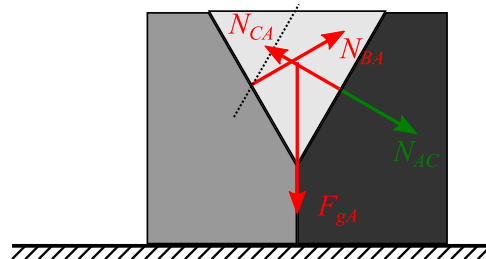
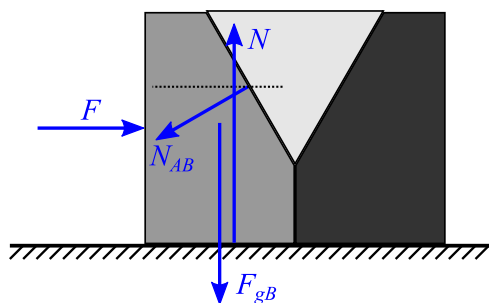
$$m_B a_B = F - \frac{\sqrt{3}}{2} N_{AB} \quad (1 \text{ bod})$$

Prema trećem Newtonovom zakonu sila tijela A na tijelo B N_{AB} jednakog je iznosa kao sila tijela B na tijelo A N_{BA} :

$$N_{AB} = N_{BA}. \quad (1 \text{ bod})$$

Također, uvrštavamo jednakost ubrzanja tijela A i B: $a_A = a_B = a$. Zbrojimo prvu i treću jednadžbu:

$$(m_A + m_B) a = F - \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gA}.$$



Uvrstimo omjere masa $m_B = 2m_A$ i iznos sile $F = m_B g$:

$$3m_A a = 2m_A g - \frac{\sqrt{3}}{2} m_A g.$$

Slijedi da je ubrzanje tijela jednako:

$$a = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) g = 0.378g = 3.71 \text{ m/s}^2. \quad (2 \text{ boda})$$

Oduzimanjem prve jednadžbe od treće dobijemo:

$$(m_B - m_A) a = F - \sqrt{3} N_{AB} + \frac{\sqrt{3}}{2} m_A g$$

$$\frac{1}{3} \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) m_A g = 2m_A g - \sqrt{3} N_{AB} + \frac{\sqrt{3}}{2} m_A g$$

$$\sqrt{3} N_{AB} = \left(\frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) m_A g$$

$$N_{AB} = \left(\frac{4}{3\sqrt{3}} + \frac{2}{3} \right) m_A g = 14.09 \text{ N} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz druge jednadžbe i trećeg Newtonovog zakona za silu tijela A na tijelo C N_{AC} slijedi:

$$N_{AC} = N_{CA} = \frac{1}{2} N_{BA} + \frac{1}{2} F_{gA}$$

$$N_{AC} = \left(\frac{2}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{3} \right) m_A g + \frac{1}{2} m_A g$$

$$N_{AC} = \left(\frac{2}{3\sqrt{3}} + \frac{5}{6} \right) m_A g = 11.95 \text{ N} \quad (2 \text{ boda})$$

Smjer sile N_{AC} označen je na gornjoj slici zelenom bojom. (1 bod)

4. zadatak (10 bodova)

Sa slike se može vidjeti da je početni položaj taneta: $x(0) = 0 \text{ m}$ i $y(0) = h = 150 \text{ m}$, a položaj u trenutku pada na tlo: $x(t_{pad}) = d = 750 \text{ m}$ i $y(t_{pad}) = 0 \text{ m}$. (1 bod) Jednadžbe gibanja taneta za x i y smjer su:

$$x(t) = v_0 t,$$

$$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina taneta. **(1 bod)** Početnu brzinu izračunamo na sljedeći način:

$$y(t_{pad}) = 0 = h - \frac{1}{2}gt_{pad}^2 \Rightarrow t_{pad} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} = 5.53 \text{ s. (1 bod)}$$

$$x(t_{pad}) = d = v_0 t_{pad} \Rightarrow v_0 = \frac{d}{t_{pad}} = \sqrt{\frac{g}{2h}} d = \sqrt{\frac{9.81 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 150 \text{ m}}} \cdot 750 \text{ m} = 135.6 \text{ m/s. (1 bod)}$$

bod)

Brzina u trenutku pada na tlo jednaka je:

$$v(t_{pad}) = \sqrt{v_0^2 + (v_y(t_{pad}))^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt_{pad})^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 146.1 \text{ m/s. (2 boda)}$$

Prilikom ispaljivanja taneta iz topa vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$MV = mv_0, \text{ (1 bod)}$$

gdje su M masa topa i V početna brzina topa koja je u suprotnom smjeru od početne brzine taneta v_0 . Slijedi da je početna brzina topa jednaka:

$$V = \frac{m}{M}v_0 = 27.12 \text{ cm/s. (1 bod)}$$

Top se zbog sile trenja giba jednoliko usporeno prema lijevo. Ubrzanje je jednako:

$$Ma = -F_{tr} = -\mu Mg \Rightarrow a = -\mu g = -1.09 \text{ m/s}^2. \text{ (1 bod)}$$

Top će se do zaustavljanja prijeći put:

$$s = \frac{V^2}{2a} = 3.4 \text{ cm. (1 bod)}$$

5. zadatak (8 bodova)

Kada se dizalo giba prema dolje i prilikom zaustavljanja, ubrzanje dizala je u smjeru prema gore. Sile, koje djeluju na dizalo u sustavu dizala, prikazane su na slici desno. Drugi Newtonov zakon glasi:

$$0 = T_{max} - F_i - F_g, \text{ (1 bod)}$$

gdje je T_{max} maksimalna sila napetosti užeta, F_g ukupna težina dizala i maksimalnog broja ljudi i F_i je inercijalna sila. Nadalje slijedi:

$$0 = T_{max} - m_{ukupno}g - m_{ukupno}a$$

$$a = \frac{T_{max}}{m_{ukupno}} - g = \frac{120 \cdot 10^3 \text{ N}}{7000 + 8 \cdot 80 \text{ kg}} - 9.81 \text{ m/s}^2 = 5.9 \text{ m/s}^2. \text{ (2 boda)}$$

Gibanje dizala je jednoliko usporeno pa jednadžbe gibanja glase:

$$v(t) = v_0 - at$$

$$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$$

U trenutku zaustavljanja brzina je nula pa je put zaustavljanja jednak:

$$s = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{(7.6 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 5.9 \text{ m/s}^2} = 4.9 \text{ m (2 boda)}$$

Kada se dizalo giba prema gore i prilikom zaustavljanja, ubrzanje dizala je u smjeru prema dolje. Sile na dizalo u sustavu dizala prikazane su na slici desno. Drugi Newtonov zakon sada glasi:

$$0 = T - m_{ukupno}g + m_{ukupno}a'. \text{ (1 bod)}$$

Ako je brzina gibanja dizala jednaka, a zaustavni put za 50% veći ($s' = 1.5s = 7.35 \text{ m}$), nego prilikom spuštavanja dizala, za ubrzanje slijedi:

$$s' = \frac{v_0^2}{2a'} \Rightarrow a' = \frac{v_0^2}{2s'} = 3.93 \text{ m/s}^2. \text{ (1 bod)}$$

Slijedi da je napetost užeta jednaka:

$$T = m_{ukupno}(g - a') = 44.9 \text{ kN. (1 bod)}$$

