

Županijsko natjecanje iz fizike 2021/2022
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Andjelko će doći do ciljne linije za:

$$t_{\text{Andjelko}} = \frac{1500 \text{ m}}{v_{\text{rijeka}}} = \frac{1500 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 1500 \text{ s. (1 bod)}$$

Brzina gibanja Barbare u odnosu na obalu različita je kada vesla nizvodno i kada vesla uzvodno:

$$v_{\text{nizvodno}} = v_{\text{Barbara}} + v_{\text{rijeka}} = 5 \text{ m/s, (1 bod)}$$

$$v_{\text{uzvodno}} = v_{\text{Barbara}} - v_{\text{rijeka}} = 3 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Vrijeme potrebno da Barbara prijeđe put od startne do ciljne linije i obrnuto je:

$$t_{\text{start} \rightarrow \text{cilj}} = \frac{1500 \text{ m}}{v_{\text{nizvodno}}} = 300 \text{ s,}$$

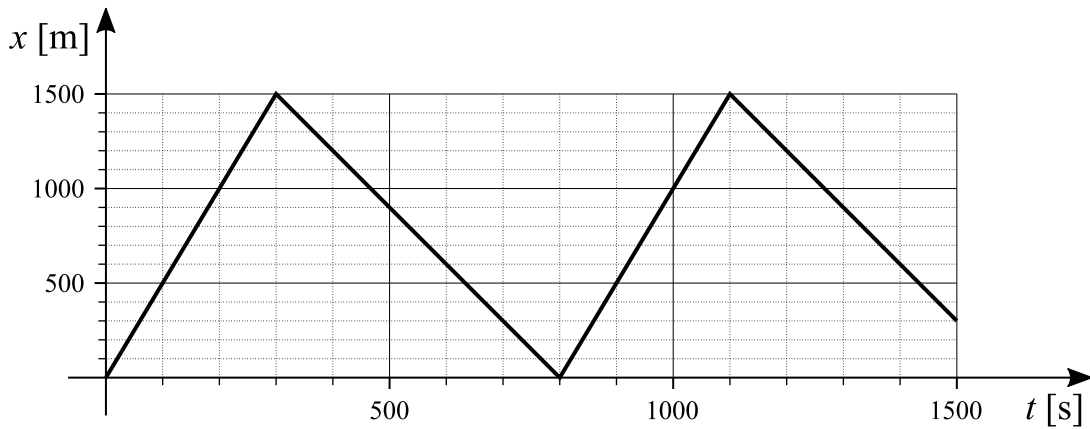
$$t_{\text{cilj} \rightarrow \text{start}} = \frac{1500 \text{ m}}{v_{\text{uzvodno}}} = 500 \text{ s.}$$

U vremenu od 1500 s Barbara će prijeći cijelu stazu dva puta nizvodno i jednom uzvodno te će veslati još $1500 - 300 - 500 - 300 = 400 \text{ s}$ uzvodno. U tom vremenu prijeći će put:

$$s_{\text{uzvodno}} = v_{\text{uzvodno}} \cdot 400 \text{ s} = 1200 \text{ m. (1 bod)}$$

Prema tome, ukupan prijeđeni put Barbare je $3 \cdot 1500 \text{ m} + 1200 \text{ m} = 5700 \text{ m. (1 bod)}$

Graf ovisnosti položaja Barbare o vremenu prikazan je na sljedećoj slici **(2 boda)**. Startna linija je u ishodištu koordinatnog sustava.



U b) dijelu zadatka Barbara prelazi ukupan put od $5 \cdot 1500 \text{ m} = 7500 \text{ m}$, odnosno prelazi stazu tri puta nizvodno i dva puta uzvodno. Vrijeme za taj put je:

$$3 \cdot \frac{1500 \text{ m}}{v'_{\text{nizvodno}}} + 2 \cdot \frac{1500 \text{ m}}{v'_{\text{uzvodno}}} = 1500 \text{ s, (1 bod)}$$

$$\frac{v'_{\text{Barbara}} + v_{\text{rijeka}}}{3} + \frac{v'_{\text{Barbara}} - v_{\text{rijeka}}}{2} = 1,$$

$$3v'_{\text{Barbara}} - 3v_{\text{rijeka}} + 2v'_{\text{Barbara}} + 2v_{\text{rijeka}} = v_{\text{Barbara}}^2 - v_{\text{rijeka}}^2,$$

$$v_{\text{Barbara}}^2 - 5v'_{\text{Barbara}} = 0,$$

$$v'_{\text{Barbara}} = 5 \text{ m/s. (2 boda)}$$

2. zadatak (10 bodova)

Na slici su prikazane sve sile koje djeluju na utege A i B. Uteg A giba se prema dolje, a uteg B prema gore. Drugi Newtonov zakon za gibanje pojedinog utega glasi:

$$m_A a_A = m_A g - T_1, \quad (1 \text{ bod})$$

$$m_B a_B = T_2 - m_B g. \quad (1 \text{ bod})$$

U jednakim vremenskim intervalima uteg B prelazi dvostruko veći put od utega A pa slijedi da je ubrzanje utega B dvostruko veće od ubrzanja utega A $a_B = 2a_A$ (1 bod). Odnos napetosti užeta je $T_1 = 2T_2$ (1 bod). Uvrštavanjem u početne jednačbe dobije se:

$$m_A \frac{1}{2} a_B = m_A g - 2T_2,$$

$$m_B a_B = T_2 - m_B g.$$

Drugu jednačbu pomnožimo s dva i zbrojimo dvije jednačbe:

$$\left(\frac{1}{2} m_A + 2m_B \right) a_B = (m_A - 2m_B) g,$$

$$a_B = \frac{m_A - 2m_B}{\frac{1}{2} m_A + 2m_B} g = \frac{1}{2} g,$$

$$a_A = \frac{1}{2} a_B = \frac{1}{4} g. \quad (2 \text{ boda})$$

U trenutku, kada uteg A dotakne tlo, uteg B nalazi se na visini $2h$ iznad tla (1 bod). U tom trenutku brzina utega B jednaka je:

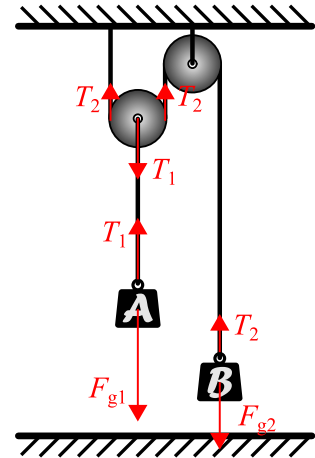
$$v_B = \sqrt{2a_B \cdot 2h} = \sqrt{2gh} = 3.16 \text{ m/s}. \quad (1 \text{ bod})$$

Nakon što uteg A padne na tlo, nijedno uže više nije napeto. Od tog trenutka uteg B giba se vertikalno prema gore početnom brzinom v_B samo pod utjecajem sile teže. Visina koju postiže uteg B od tog trenutka je:

$$h' = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{2gh}{2g} = h. \quad (1 \text{ bod})$$

Maksimalna visina u odnosu na tlo, koju postiže uteg B, jednaka je:

$$h_{max} = 2h + h' = 3h = 1.5 \text{ m}. \quad (1 \text{ bod})$$



3. zadatak (10 bodova)

Na skici su prikazane sve sile koje djeluju na uteg na primjeru prvog eksperimenta: sila teža \vec{F}_g , sila trenja \vec{F}_{tr} i sila reakcije podloge (daske) \vec{N} . Sila teža rastavljena je na komponentu paralelnu kosini \vec{F}_{\parallel} i komponentu okomitu na kosinu \vec{F}_{\perp} .

Drugi Newtonov zakon za smjer paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

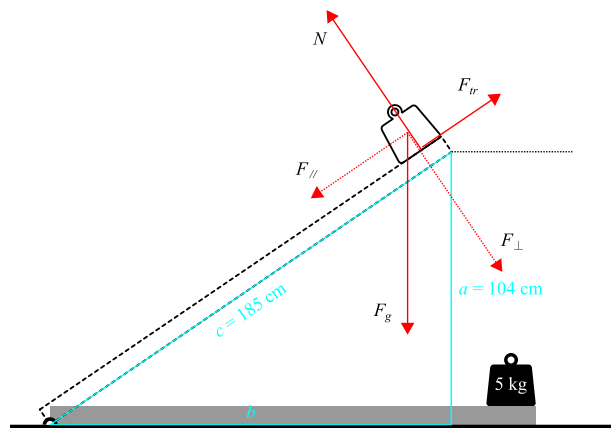
$$m w = F_{\parallel} - F_{tr}, \quad (1 \text{ bod})$$

$$0 = F_{\perp} - N. \quad (1 \text{ bod})$$

Sila trenja jednaka je:

$$F_{tr} = \mu N. \quad (1 \text{ bod})$$

Uvrštavanjem sile reakcije podloge iz druge jednačbe slijedi:



$$F_{tr} = \mu F_{\perp}$$

Komponente sile teže F_{\parallel} i F_{\perp} odredimo pomoću sličnosti trokuta. U pravokutnom trokutu, kojeg zatvara daska s horizontalnom podlogom, poznata je duljina hipotenuze je c i duljina katete a . Duljinu druge katete b izračunamo koristeći Pitagorin teorem:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

U prvom eksperimentu duljina druge katete je $b_1 = 153$ cm, a u drugom eksperimentu $b_1 = 176$ cm. **(1 bod)**

Slijedi:

$$\frac{F_{\parallel}}{F_g} = \frac{a}{c}, \quad \frac{F_{\perp}}{F_g} = \frac{b}{c}. \quad \text{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$$mw = \frac{a}{c}mg - \mu \frac{b}{c}mg. \quad \text{(1 bod)}$$

U prvom, odnosno drugom eksperimentu uteg se giba ubrzanjem:

$$w_1 = \frac{a_1}{c}g - \mu \frac{b_1}{c}g = \frac{g}{c}(a_1 - \mu b_1),$$

$$w_2 = \frac{a_2}{c}g - \mu \frac{b_2}{c}g = \frac{g}{c}(a_2 - \mu b_2).$$

Put koji uteg prijeđe jednak je u oba eksperimenta:

$$s = \frac{1}{2}w_1t_1^2 = \frac{1}{2}w_2t_2^2. \quad \text{(1 bod)}$$

Vrijeme u drugom eksperimentu je dvostruko veće u odnosu na prvi eksperiment ($t_2 = 2t_1$) pa slijedi:

$$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{1}{4} = \frac{w_2}{w_1}.$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$w_2 = 4w_1,$$

$$104 - 153\mu = 4(57 - 176\mu),$$

$$551\mu = 124,$$

$$\mu = \frac{124}{551} = 0.225. \quad \text{(3 boda)}$$

4. zadatak (8 bodova)

Pomak loptice u vertikalnom smjeru od vrha nebodera prema dolje do trenutka sudara loptica dan je izrazom:

$$y = \frac{1}{2}gt^2. \quad \text{(1 bod)}$$

Prva loptica u vertikalnom smjeru prelazi udaljenost $y_1 = H_1 - \frac{1}{5}H_1 = \frac{4}{5}H_1 = 51.2$ m **(1 bod)**. Slijedi da je vrijeme leta prve loptice:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = 3.2 \text{ s.} \quad \text{(1 bod)}$$

Vrijeme leta druge loptice je:

$$t_2 = t_1 - 0.4 \text{ s} = 2.8 \text{ s.} \quad \text{(1 bod)}$$

Slijedi da druga loptica do trenutka sudara prelazi vertikalnu udaljenost:

$$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 = 39.2 \text{ m.} \quad \text{(1 bod)}$$

Nadalje slijedi da je visina nebodera ② jednaka:

$$H_2 = y_2 + \frac{1}{5}H_1 = 52 \text{ m.} \quad \text{(1 bod)}$$

Brzina prve loptice u trenutku izbačaja je:

$$v_1 = \frac{D}{t_1} = 8.13 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Brzina druge loptice u trenutku izbačaja je:

$$v_2 = \frac{D}{t_2} = 9.29 \text{ m/s. (1 bod)}$$

5. zadatak (12 bodova)

Na slici je prikazano 6 uzastopnih položaja oba vlaka. Od prvog do posljednjeg prikazanog položaja prošlo je ukupno $5\Delta t = 5 \cdot 5 \text{ s} = 25 \text{ s}$ (1 bod). U tom vremenu vlak A ukupno je prešao 75 m. Vlak B ukupno je prešao 150 m. Odmah možemo izračunati brzinu jednolikog gibanja vlaka B:

$$v_B = \frac{\Delta s_{\text{ukupno}}}{\Delta t_{\text{ukupno}}} = \frac{150 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 6 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Za usporeno gibanje vlaka B do zaustavljanja vrijedi jednačba:

$$90 \text{ m} = \frac{v_B t_B}{2},$$
$$t_B = \frac{2 \cdot 90 \text{ m}}{v_B} = 30 \text{ s. (1 bod)}$$

Za ubrzanje vlaka A vrijede sljedeće jednačbe:

$$75 \text{ m} = v_{A0} \cdot 25 \text{ s} + \frac{1}{2} a_{A1} (25 \text{ s})^2, \text{ (1 bod)}$$

$$v_{A1} = v_{A0} + a_{A1} \cdot 25 \text{ s, (1 bod)}$$

gdje je v_{A0} brzina vlaka A u prvom prikazanom položaju, a v_{A1} je brzina vlaka A na početku kočenja. Sa slike možemo vidjeti da će vlak A prijeći $140 \text{ m} - 90 \text{ m} = 50 \text{ m}$ do zaustavljanja. Za usporeno gibanje vlaka A do zaustavljanja vrijedi jednačba:

$$50 \text{ m} = \frac{v_{A1}^2}{2a_{A2}} = \frac{v_{A1}^2}{4a_{A1}}. \text{ (1 bod)}$$

Sređivanjem i uvrštavanjem druge jednačbe u prvu dobije se:

$$3 = v_{A1} - \frac{25}{2} a_{A1}.$$

Uvrštavanjem a_{A1} iz treće jednačbe dobije se:

$$3 = v_{A1} - \frac{v_{A1}^2}{16},$$

$$v_{A1}^2 - 16v_{A1} + 48 = 0,$$

$$(v_{A1} - 12)(v_{A1} - 4) = 0. \text{ (1 bod)}$$

Analizom rješenja prethodne kvadratne jednačbe dobije se da je fizikalno prihvatljivo rješenje $v_{A1} = 4 \text{ m/s}$ (1 bod). Slijedi da je iznos ubrzanja vlaka A u prvom dijelu gibanja jednaka:

$$a_{A1} = \frac{v_{A1}^2}{200} = 0.08 \text{ m/s}^2. \text{ (1 bod)}$$

Brzina vlaka A u prvom prikazanom položaju je:

$$v_{A0} = v_{A1} - a_{A1} \cdot 25 \text{ s} = 2 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Vrijeme usporavanja vlaka A je:

$$t_A = \frac{v_{A2}}{a_{A2}} = 25 \text{ s. (1 bod)}$$

Prema tome, vrijeme između zaustavljanja vlakova A i B je $t_B - t_A = 5 \text{ s}$, a prvi će se zaustaviti vlak A (1 bod).