ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

Srednje škole - 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(10 bodova)*

Prvo je potrebno izračunati udaljenost Neptuna od Sunca. Gravitacijska sila igra ulogu centripetalne sile, tj. vrijedi:

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad \textbf{[1 bod]} \tag{1}$$

gdje je r udaljenost Neptuna od Sunca, a m masa Neptuna. Brzina je dana omjerom opsega orbite i vremena ophoda

$$v = \frac{2r\pi}{t}. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{2}$$

Uvrštavanjem (2) u (1) i sređivanjem dobivamo da je r:

$$r = \left(\frac{GMt^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left[\frac{6.674\times10^{-11}\cdot1.989\times10^{30}\cdot(165\cdot365.25\cdot24\cdot3600)^2}{4\pi^2}\right]^{1/3}\,\mathrm{m}, \tag{3}$$

gdje smo godine pretvorili u sekunde. Krajnji rezultat za r je:

$$r = 4.5\times10^{12}\,\mathrm{m}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{4}$$

Intenzitet zračenja Sunca na toj udaljenosti možemo dobiti koristeći Stefan-Boltzmannov zakon zračenja i činjenicu da je zračenje raspodijeljeno ravnomjerno u prostoru, tj. intenzitet dobivamo dijeljenjem ukupne snage zračenja s površinom sfere radijusa r. Slijedi da je I:

$$I = \frac{P}{4r^2\pi} = \frac{S\sigma T_S^4}{4r^2\pi} = \frac{4R^2\pi\sigma T_S^4}{4r^2\pi} = \frac{R^2\sigma T_S^4}{r^2}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{5}$$

Količina zračenja koju Neptun apsorbira je jednaka onoj koju emitira. U svakom trenutku pola površine Neptuna je obasjano, no zrake ne upadaju okomito na sve obasjane dijelove. Efektivna površina koja apsorbira Sunčevo zračenje je $r_N^2\pi$, gdje je r_N polumjer Neptuna jer je to površina projekcije obasjanog dijela na ravninu koja je okomita na Sučevo zračenje. Iz toga slijedi:

$$P_{abs} = P_{emit} \quad \rightarrow \quad Ir_N^2\pi = 4r_N^2\pi\sigma T_N^4 \quad \rightarrow \quad \frac{R^2\sigma T_S^4}{r^2} = 4\sigma T_N^4. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{6}$$

Konačno se dobije tražena vrijednost za temperaturu Neptuna:

$$T_N = \sqrt{\frac{R}{2r}}T_S \approx 51\,\mathrm{K}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{7}$$

Napomena: Ako je konačni rezultat krivi samo zbog toga što je natjecatelj umjesto $r_N^2\pi$ stavio $2r_N^2\pi$ u izrazu (6), oduzeti samo dva boda u tom koraku.

2. zadatak *(10 bodova)*

a.) Razlika optičkih putova dvije zrake koje se reflektiraju na susjednim ravninama je $2d\sin\theta$, pa je uvjet konstruktivne interferencije za maksimum prvog reda dan sa:

$$2d\sin\theta = \lambda, \quad [\textbf{1 bod}] \tag{8}$$

gdje je λ De Broglijeva valna duljina neutrona, tj. $\lambda = \frac{h}{mv}$. Iz toga slijedi da je brzina neutrona jednaka:

$$v = \frac{h}{2md\sin\theta} = 258.54\,\mathrm{m/s}. \quad [\textbf{3 boda}] \tag{9}$$

Vrijeme potrebno da neutroni iz izvora dođu do detektora je onda jednako:

$$t = \frac{2h}{v\sin\theta} = 4.00\,\mathrm{ms}. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{10}$$

b.) Povećavanjem kuta upada postupno se narušava konstruktivna interferencija. Minimum intenziteta je ostvaren kada vrijedi:

$$2d\sin\theta_{min} = \lambda + \frac{\lambda}{N}. \tag{11}$$

Iz (11) slijedi da je broj ravnina N:

$$N = \frac{\lambda}{2d\sin\theta_{min} - \lambda} = \frac{\sin\theta}{\sin\theta_{min} - \sin\theta} = 1129.912713..., \tag{12}$$

gdje smo iskoristili jednadžbu (8) u drugom koraku. Dakle, broj kristalnih ravnina je 1130 (priznati sve bodove i u slučaju ako natjecatelj krajnju vrijednost zaokruži na 1129 ravnina). **[4 boda]**

3. zadatak *(11 bodova)*

Duljina hipotenuze koju drugi promatrač vidi je jednostavno $l' = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. **[1 bod]**

Također je bitno uočiti da se visina trokuta h ne mijenja, i nju možemo izraziti preko l kao:

$$h = b\sin 60^\circ = l\sin 30^\circ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}\,l}{4}. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{13}$$

Sada a i b možemo promatrati kao vektore, tj. rastaviti ih na komponente u smjeru brzine drugog promatrača (neka to bude x os) i u smjeru okomitom na brzinu drugog promatrača (y os). Tada je:

$$\vec{a} = \frac{h}{\tan 30^\circ}\,\hat{x} + h\,\hat{y}, \quad \vec{b} = \frac{h}{\tan 60^\circ}\,\hat{x} + h\,\hat{y}. \tag{14}$$

Kontrakcija duljine se javlja samo duž x osi, pa su katete koji drugi promatrač vidi dane vektorima:

$$\vec{a'} = \frac{h}{\tan 30^\circ}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,\hat{x} + h\,\hat{y}, \quad \vec{b'} = \frac{h}{\tan 60^\circ}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,\hat{x} + h\,\hat{y}. \tag{15}$$

Duljinu vektora, tj. kateta koje drugi promatrač vidi je lako izračunati, i uvrštavanjem (13) u konačne izraze za duljinu slijedi:

$$|a'| = \frac{l\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-\frac{3v^2}{4c^2}}, \quad |b'| = \frac{l}{2}\sqrt{1-\frac{v^2}{4c^2}}. \quad [\textbf{4 boda}] \tag{16}$$

Uspoređivanjem duljina a', b' i l' se lako dobije da je $a' = l'$ kada je $v = \sqrt{4/7}\,c$ i $b' = l$ kada je $v = \sqrt{4/5}\,c$. Također imamo $a' = b'$ za $v = c$, no to je nefizikalan slučaj. **[4 boda]**

4. zadatak *(9 bodova)*

Ovdje je korisno zapisati jednadžbu leće:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{17}$$

S obzirom da je udaljenost zastora od predmeta fiksna vrijedi $a+b = l = 90\,\text{cm}$, tj. $b = l-a$. Ubacivanjem u (17) dobiva se kvadratna jednadžba u a:

$$a^2 - al + lf = 0. \tag{18}$$

Iz toga slijedi da su rješenja za a i b dana sa:

$$a_{1,2} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4lf}}{2}, \quad b_{1,2} = \frac{l \mp \sqrt{l^2 - 4lf}}{2}. \tag{19}$$

Vidimo da uvijek postoje dva rješenja koja daju oštru sliku, osim ako je $a = b$ ili $f > l/4$, i drugo rješenje se dobije zamjenom vrijednosti a i b iz prvog rješenja. To se može i direktno vidjeti iz jednadžbe (17) jer je ona invarijantna na zamjenu a i b. **[2 boda]**
Kako ne bi došlo do zabune označimo vrijednosti rješenja sa a^* i b^*, i uzmimo $a^* > b^*$, tj. prvo rješenje je dano sa $a = a^*$ i $b = b^*$, a drugo sa $a = b^*$ i $b = a^*$. S obzirom da je povećanje slike dano relacijom $m = |b/a|$ slijedi:

$$\frac{a^*}{b^*} = 4\frac{b^*}{a^*}, \tag{20}$$

iz čega je $a^* = 2b^*$ (obe vrijednosti su striktno pozitivne jer je slika realna).
Iz toga slijedi da je $a^* = 60\,\text{cm}$ i $b^* = 30\,\text{cm}$, te napokon ubacivanjem u (17) dobivamo žarišnu daljinu sustava leća f:

$$f = \frac{a^* b^*}{a^* + b^*} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30}\text{cm} = 20\,\text{cm}. \quad \textbf{[4 boda]} \tag{21}$$

Kako bi odredili žarišnu daljinu f_2 možemo preurediti izraz za žarišnu daljinu sustava. Slijedi:

$$f_2 = f\,\frac{f_1 - d}{f_1 - f} = 57\,\text{cm}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{22}$$

5. zadatak *(10 bodova)*

Zbog toga što je relativna brzina između promatrača na Zemlji i točke na Suncu različita za dva rubna dijela Sunca (koja leže na ekvatoru) dolazi do različitog Dopplerovog pomaka u valnoj duljini tamne linije. Relativne brzine su istog iznosa, ali suprotnog smjera i odgovaraju obodnoj brzini Sunca na ekvatoru. Valna duljina tamne linije u spektru koji dolazi od ruba koji se giba prema Zemlji je jednaka:

$$\lambda_1 = \lambda\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}, \tag{23}$$

Analogno se može zapisati valna duljina linije u spektru koji dolazi od ruba koji se giba od Zemlje kao:

$$\lambda_2 = \lambda\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}, \tag{24}$$

Tada je njihova razlika jednaka:

$$\Delta\lambda = \lambda\left(\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\right). \quad \textbf{[3 boda]} \tag{25}$$

Jednadžbu (25) možemo zapisati u obliku:

$$\kappa^2 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\,\kappa - 1 = 0, \quad \kappa = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}. \tag{26}$$

Rješavanjem kvadratne jednadžbe, i uzimanjem rješenja koje daje $\kappa > 1$ slijedi:

$$\kappa = \frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 4}}{2} = 1.0000067797 \quad \textbf{[3 boda]} \tag{27}$$

Iz definicije κ u (26) slijedi da je brzina v:

$$v = \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 + 1}\,c = 2033.9\,\mathrm{m/s}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{28}$$

Period rotacije je jednostavno:

$$T = \frac{2R\pi}{v} = 25\,\mathrm{dana}. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{29}$$