Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

08.02.2021.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Gustoća homogene tvari je definirana kao omjer mase i volumena. Budući da se masa tijela ne mijenja uslijed Lorentzovih transformacija, promjena u gustoći dolazi jedino zbog promjene u volumenu. [2 boda]

   S druge strane, znamo da se duljine u smjeru gibanja kontrahiraju, dok se duljine okomito na smjer gibanja ne mijenjaju. Nadalje, kakvog god da je oblika volumen tijela, za promatrača koji se giba relativističkim brzinama, on će izgledati kontrahirano samo u jednom smjeru, dok će u ostala dva smjera izgledati normalno. Prema tome, vrijedi

$$V' = \frac{V}{\gamma}, \qquad [3\ \text{boda}]$$

   gdje je V' volumen tijela kako ga vidi opažač koji se giba, a V je mirujući volumen. Osim toga, γ je Lorentzov faktor. Sad odmah imamo i

$$\rho' = \frac{m'}{V'} = \frac{m}{V/\gamma} = \gamma\frac{m}{V} = \gamma\rho, \qquad [1\ \text{bod}]$$

   odakle je

$$\gamma = \frac{\rho'}{\rho}, \qquad [1\ \text{bod}]$$

   odnosno

$$v = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma}c = \frac{\sqrt{(\rho'/\rho)^2 - 1}}{(\rho'/\rho)}c \qquad [2\ \text{boda}]$$

$$= 2.976 \times 10^8\ \text{m/s}. \qquad [1\ \text{bod}]$$

2. Uzmimo da se čestica mase m iz mirovanja raspadne na česticu mase ηm ($\eta = 1/2$) i bezmasenu česticu. Tada nam zakon očuvanja energije daje

$$mc^2 = \gamma(\eta m)c^2 + E, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je E energija bezmasene čestice, a γ Lorentzov faktor za česticu mase ηm. S druge strane, zakon očuvanja količine gibanje daje

$$0 = \gamma(\eta m)v - E/c, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je v nepoznata brzina čestice mase ηm. Ako eliminiramo nepoznanicu E iz ovih jednadžbi, dolazimo do jednadžbe za brzinu v

$$\frac{1}{\eta\gamma} = 1 + \frac{v}{c}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Kvadriranjem i sređivanjem imamo

$$\begin{aligned} v &= \frac{1-\eta^2}{1+\eta^2}c & [3 \text{ BODA}] \\ &= 1.8 \times 10^8 \,\mathrm{m/s}. & [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

3. Koristimo jednadžbu zrcala

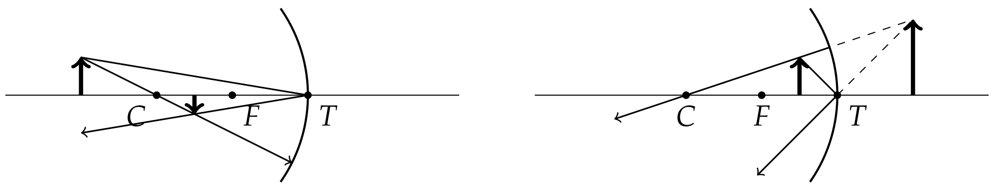
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R},$$

gdje su a i b udaljenosti predmeta, odnosno slike od tjemena zrcala, a R je polumjer zakrivljenosti zrcala. Pratimo konvenciju prema kojoj je a uvijek pozitivan broj, dok je b pozitivan (negativan) ako je slika realna (virtualna). Također, uzimamo $R > 0$ za konkavno, te $R < 0$ za konveksno zrcalo. Povećanje računamo prema formuli

$$m = -\frac{b}{a},$$

tako da $m < 0$ implicira da je slika obrnuta u odnosu na predmet.

- Uvećanu sliku, koju zrcalo stvara nakon pomicanja predmeta, moguće je dobiti jedino ako se koristi konkavno zrcalo. [2 BODA]
- Prije pomicanja predmeta, slika je bila obrnuta i smanjena, što znači da se predmet nalazio iza središta zakrivljenosti zrcala C. Nakon pomicanja predmeta, slika je uvećana i uspravna, što znači da se sad predmet nalazi između tjemena zrcala T i njegovog žarišta F.



prije pomicanja predmeta [2 BODA] — nakon pomicanja predmeta [2 BODA]

- Množeći jednadžbu zrcala s a možemo izraziti udaljenost predmeta od zrcala preko polumjera zakrivljenosti i faktora uvećanja

$$a = \frac{R}{2}\frac{m-1}{m}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odavde imamo

$$d = a_1 - a_2 = \frac{R}{2}\frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2} \quad \rightsquigarrow \quad R = 2d\frac{m_1 m_2}{m_1 - m_2}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje su m_1 i m_2 uvećanja prije, odnosno nakon pomicanja predmeta. Uvrštavanje $m_1 = -1/2$, te $m_2 = 2$ daje

$$R = \frac{4}{5}d = 20\,\text{cm}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

4. Ako zraka svjetlosti upada pod kutom α, tada Snellov zakon daje

$$\sin\alpha = n\sin\beta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Budući da je reflektirana zraka potpuno polarizirana, upadni kut je bio jednak Brewsterovom kutu za koji vrijedi

$$\tan\alpha = n. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Kombinirajući ove dvije jednadžbe, lako je odrediti upadni kut

$$\alpha = 90^\circ - \beta = 70^\circ, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

kao i indeks loma sredstva

$$n = \cot\beta = 2.75. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

5. Ukoliko su dva koherentna izvora svjetlosti valne duljine λ na međusobnoj udaljenosti d, tada će se na dalekom zaslonu vidjeti interferencijske pruge. Pod pretpostavkom da je zaslon na udaljenosti $\ell(\gg d)$ od izvora, te da su izvori paralelni sa zaslonom, interferencijski minimumi će se pojaviti na položajima

$$x_n = (n + 1/2)\lambda\ell/d, \quad n \in \mathbb{Z}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

mjereno uzduž zaslona od središnje svijetle pruge. Razmak između tamnih pruga je razlika položaja dva susjedna interferencijska minimuma

$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda\ell}{d} = \frac{c\ell}{fd}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje smo valnu duljinu svjetlosti izračunali iz poznate frekvencije

$$\lambda = c/f. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Ako sad usporedimo širinu pruga prije i nakon pomicanja pukotina, imamo

$$\Delta s = \frac{c\ell}{fd} - \frac{c\ell}{f(2d)} = \frac{c\ell}{2fd}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

odakle je početna širina među pukotinama

$$d = \frac{c\ell}{2f\Delta s} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 4.5 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$