

**Srednje škole – 2. grupa**  
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadatka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim načinom, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

**1. Zadatak (8 bodova)**

Za rješavanje zadatka možemo primijeniti Bernullijevu jednadžbu jer su sve pretpostavke za njezino korištenje zadovoljene te ju primijenimo između početnog i završnog dijela cijevi i jednadžbu kontinuiteta toka.

$$\begin{cases} S_1 v_1 = S_2 v_2 \\ \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_1^2 + \rho_{H_2O} g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_2^2 + \rho_{H_2O} g h_2 + p_2 \end{cases} \quad \text{(1 bod)}$$

Kako je cijev vodoravna visine  $h_1$  i  $h_2$  se pokrate jer su iste vrijednosti.

$$\begin{cases} S_1 v_1 = S_2 v_2 \\ \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_2^2 + p_2 \end{cases} \quad \text{(1 bod)}$$

Brzine strujanja vode su nepoznanice koje tražimo i koje možemo dobiti rješavanjem prethodnog sustava jednadžbi.

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} \\ \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_2^2 + p_2 \end{cases} \quad \text{(2 boda)}$$

Slijedi:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} \\ \frac{1}{2} \rho_{H_2O} \frac{S_2^2 v_2^2}{S_1^2} + P_1 = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_2^2 + p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} \\ \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_2^2 \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) = p_1 - p_2 \end{cases}$$

Dakle:

$$\begin{cases} v_2 = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\frac{1}{2}\rho_{H_2O}\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right)}} = \sqrt{\frac{100000Pa}{\frac{1}{2}1000\frac{kg}{m^3}(1-0,36)}} = 17,68\frac{m}{s} \\ v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} = 10,61\frac{m}{s} \end{cases} \quad (2 \text{ boda})$$

Masa vode koja prođe po jedinici vremena je:

$$\rho Q = \rho S_1 v_1 = 106 \text{ kg/s} \quad (2 \text{ boda})$$

## 2. Zadatak (10 bodova)

Visinu dijela cjevčice koja je uronjena u vodu možemo odrediti uspostavljanjem ravnoteže sila koje djeluju na sustav.

$$T_p + T_{tekućina} - (U_1 + U_2) = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

$T_p$  je težina plovka,  $T_{tekućina}$  je težina tekućine koja se nalazi u cilindru,  $U_1$  i  $U_2$  su sile uzgona zbog prisutnosti vode. Predznake sila su određene tako da se smjer osi uzima prema dolje u smjeru sile teže.

Za tekućinu vrijedi:

$$T_{tekućina} = \rho_2 g \frac{\pi d_{cl}^2}{4} h_{cl} = 1,2 \cdot 10^3 \times 9,81 \frac{3,14 \times 0,1^2}{4} 0,1 = 9,25N \quad (2 \text{ boda})$$

Za sile uzgona koje djeluju na sustav možemo pisati:

$$\begin{aligned} U_1 &= \rho_1 g \frac{\pi d_{cl}^2}{4} (h_{cl} + h_{cj}^*) = \\ 1 \cdot 10^3 \times 9,81 \frac{3,14 \times 0,1^2}{4} (0,1 + h_{cj}^*) &= 177,05(0,1 + h_{cj}^*) \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Gdje je  $h_{cj}^*$  uronjeni dio cjevčice.

$$\begin{aligned} U_2 &= \rho_2 g \frac{\pi(d_{cl}^2 - d_{cj}^2)}{4} h_{cj}^* = \\ &= 1 \cdot 10^3 \times 9,81 \frac{3,14(0,1^2 - 0,02^2)}{4} h_{cj}^* = 73,97h_{cj}^* \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle možemo izračunati dio cjevčice uronjene u vodu:

$$h_{cj}^* = \frac{1.0 + 9.25 - 77.05 \times 0.10}{77.05 - 73.97} = 0.826 \text{m} \quad (2 \text{ boda})$$

### 3. Zadatak (10 bodova)

Radi se od jednoličnom gibanju na kružnici. Za tijelo A poznajemo brzinu kojom se giba na kružnici.

$$V_B = 40 \text{km/h} = 11.11 \text{m/s}$$

Znamo da su dva tijela na suprotnim strana kružnice nakon 2.5 kruga. Dakle:

$$\alpha = 2,5 \cdot (2 \cdot \pi) = 15.7 \text{rad}$$

Dakle kutovi što dva sudionika opisuju su:

$$\alpha_A = \alpha_B = \pi \quad (1 \text{ bod})$$

Kutovi su povezani kutnim brzinama:

$$\begin{aligned} \alpha_A &= \omega_A \cdot t \\ \alpha_B &= \omega_B \cdot t \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

Dva tijela biti će opet na suprotnim stranama kružnice kada

$$(\omega_A - \omega_B) \cdot t = \pi \quad (1 \text{ bod})$$

Slijedi:

$$t = \pi / (\omega_A - \omega_B) \quad (1 \text{boda})$$

Znamo dalje da

$$\omega = V / R$$

Dakle:

$$t = \pi / (\omega_A - \omega_B) = \pi / (V_A / R - V_B / R) = \pi \cdot R / (V_A - V_B) \quad (2 \text{ boda})$$

Kut koji prijeđe B je:

$$\alpha_B = \omega B \cdot t = (V_B/R) \cdot t = (V_B/R) \cdot \pi \cdot R/(V_A - V_B) = 15.7 \text{ rad}$$

Ako u jednadžbu uvrstimo podatke dobije se:

$$V_A = (\pi \cdot 11.11/15.7) + 11.11 = 13.33 \sim m/s = 13.33 \cdot 3.6 \text{ km/h} = 48 \text{ km/h} \quad \text{(2 boda)}$$

Vrijeme koje je potrebno da dođe do susreta je:

$$t = \pi \cdot R/(V_A - V_B) = 3.14 \cdot 40/(13.33 - 11.11) = 56.58 \text{ s} \quad \text{(2 boda)}$$

#### 4. Zadatak (10 bodova)

Iz teorema kinetičke energije slijedi:

$$W_{\text{ukupni}} = W_{\text{teže}} + W_{\text{trenja}} = \Delta K = 0 \quad \text{(2 boda)}$$

Slijedi:

$$W_{\text{trenje}} = -W_{\text{teže}} = -[U^{(\text{početna})} - U^{(\text{konačna})}] =$$

$$= -\left[mg \frac{h}{2} - mg \frac{h}{4}\right] = -\frac{1}{4}mgh \quad \text{(2 boda)}$$

Gdje  $m = \rho S h$

Početna potencijalna energija je ona koja pripada masi vode sa centrom mase na  $h/2$ , konačno stanje je kad je tekućina zauzela visinu  $h/2$ , znači kad joj je centar mase  $h/4$ .

Dakle:

$$W_{\text{trenje}} = -\frac{1}{4}\rho Sgh^2 = 2.45 \times 10^5 \text{ J} \quad \text{(2 boda)}$$

Za početni i konačni tlak vrijedi:

$$p^{(\text{početni})} = p_0 + \rho gh$$

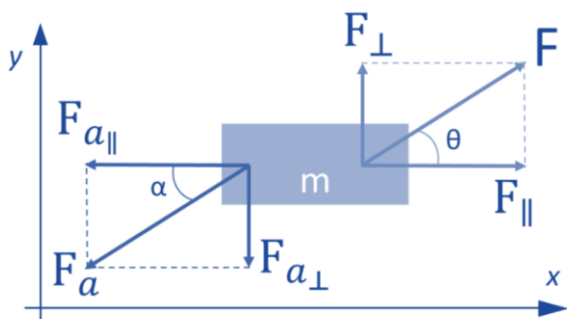
$$p^{(\text{konačni})} = p_0 + \rho g \frac{h}{2} \quad \text{(2 boda)}$$

Slijedi:

$$\Delta p = p^{(početni)} - p^{(konačni)} = \rho g \frac{h}{2} = 4.9 \times 10^4 Pa \quad (2 \text{ boda})$$

**5. Zadatak (12 bodova)**

Možemo shematski prikazati sve djelujuće sile na čamcu, uspostavljajući x-y referentni sustav čiji smjerovi će biti referenca da uspostavimo znak pojedinačnih sila i svake sile prikažemo na njene komponente duž x i duž y:



(2 boda)

Zovemo  $F_a$  silu trenja na koju djeluje voda, koja stvori kut  $\alpha$  u odnosu na smjer  $-x$ , a time i kut  $\beta = \alpha + 180^\circ$  u odnosu na smjer  $x$  (s obzirom na koji je zadan  $\theta$ ).

Dakle možemo pisati sustav jednačbi:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad (1 \text{ bod})$$

Slijedi:

$$\begin{cases} F_{\parallel} - F_{a\parallel} = ma \\ F_{\perp} - F_{a\perp} = 0 \end{cases} \quad \text{dakle} \quad \begin{cases} F \cos \vartheta - F_a \cos \alpha = ma \\ F \sin \vartheta - F_a \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz druge jednačbe sustava dobijemo  $F_a$

$$F_a = F \frac{\sin \vartheta}{\sin \alpha} \quad (1 \text{ bod})$$

Slijedi:

$$F \cos \vartheta - F \frac{\sin \vartheta}{\sin \alpha} \cos \alpha = ma$$

**(1 bod)**

Dakle možemo pisati:

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{F \cos \vartheta - ma}{F \sin \vartheta} \quad \text{ili} \quad \tan \alpha = \frac{F \sin \vartheta}{F \cos \vartheta - ma}$$

Slijedi:

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{F \sin \vartheta}{F \cos \vartheta - ma} \right) = \tan^{-1} (0.38) = 21^\circ$$

**(2 boda)**

Stoga smjer sile koju djeluje voda tvori kut  $\beta$  s horizontalnim smjerom, jednak je:

$$\beta = \alpha + 180^\circ = 21^\circ + 180^\circ = 201^\circ$$

**(2 boda)**

Slijedi da je intenzitet sile kojom djeluje voda:

$$F_\alpha = F \frac{\sin \vartheta}{\sin \alpha} = 7900 \frac{\sin 18^\circ}{\sin 21^\circ} = 6812 \text{ N}$$

**(2 boda)**