Županijsko natjecanje iz fizike 2022/2023
Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

Neka je l ukupna duljina tunela. Prvi automobil prijeđe put s_1 do susreta s drugim automobilom, a drugi automobil prijeđe put s_2. Vrijede sljedeće jednadžbe:

$s_1 + s_2 = l$, **(1 bod)**

$\frac{s_1}{s_2} = \frac{4}{5}$.

Rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

$\frac{4}{5}s_2 + s_2 = l \;\Rightarrow\; s_2 = \frac{5}{9}l = 3155$ m, **(1 bod)**

$s_1 = \frac{4}{9}l = 2524$ m. **(1 bod)**

Za gibanje drugog automobila vrijedi sljedeća jednadžba:

$s_2 = \frac{v_{2,poc} + v_{2,kon}}{2}t' + v_{2,kon}t''$, **(1 bod)**

gdje je t' vrijeme usporenog gibanja, a t'' vrijeme gibanja stalnom brzinom do susreta s prvim automobilom.

$t'' = \frac{s_2}{v_{2,kon}} - \frac{v_{2,poc} + v_{2,kon}}{2v_{2,kon}}t'$,

$t'' = \frac{3155 \text{ m}}{100 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s}} - \frac{130 + 100}{2 \cdot 100} \cdot 7.2 \text{ s} = 113.58 \text{ s} - 8.28 \text{ s} = 105.3 \text{ s}.$ **(1 bod)**

Vrijeme gibanja automobila od ulaska u tunel do susreta je $t = t' + t'' = 112.5$ s. **(1 bod)**

Brzina gibanja prvog automobila je:

$v_1 = \frac{s_1}{t} = \frac{2524 \text{ m}}{112.5 \text{ s}} = 22.4 \text{ m/s} = 80.8 \text{ km/h}.$ **(1 bod)**

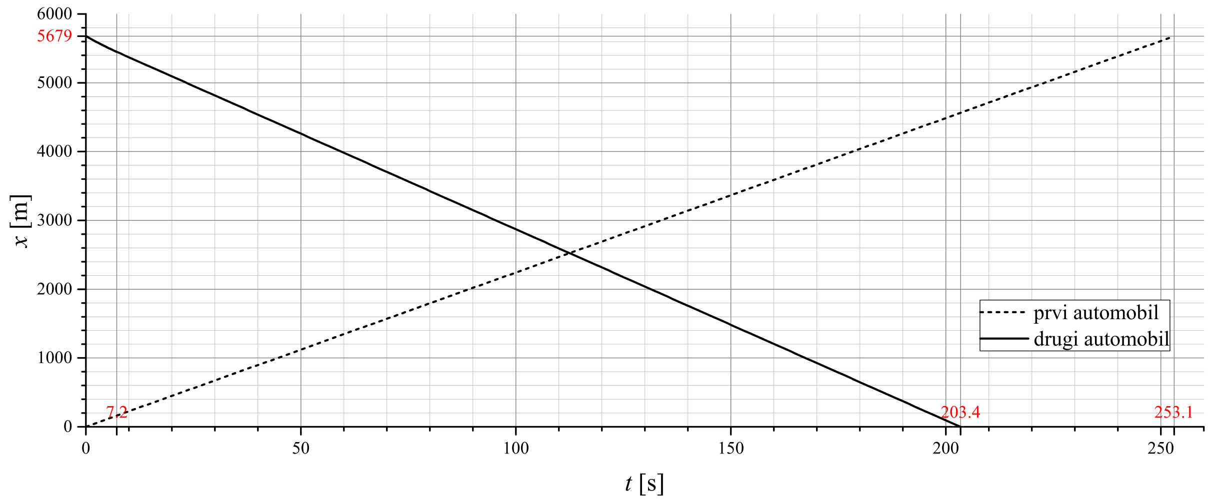
Vrijeme potrebno da prvi automobil prijeđe cijeli tunel je:

$t_1 = \frac{l}{v_1} = 253.1$ s. **(1 bod)**

Vrijeme potrebno da drugi automobil prijeđe cijeli tunel je:

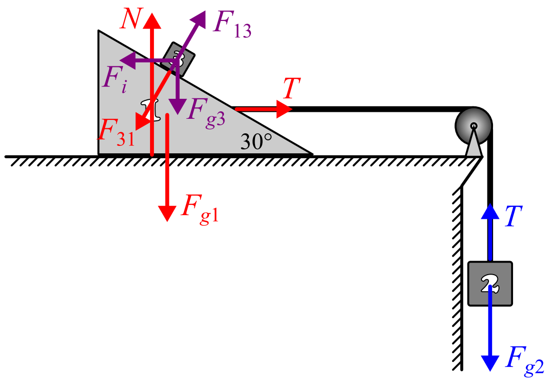
$t_2 = t + \frac{s_1}{v_{2,kon}} = 112.5 \text{ s} + \frac{2524}{100 \cdot \frac{1000}{3600}} = 203.4$ s. **(1 bod)**

Graf ovisnosti položaja prvog i drugog automobila o vremenu: **(2 boda)**



2. zadatak (10 bodova)

Sile, koje djeluju na tijela 1, 2 i 3, prikazana su na slici. Sile na tijelo 3 prikazane su u sustavu tijela 1 (kosine). Drugi Newtonov zakon za gibanje pojedinih tijela glasi:



$m_2a_2 = m_2g - T$, **(1 bod)**

$m_1a_1 = T - \frac{1}{2}F_{31}$, **(1 bod)**

$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_{13} - m_3g$, **(1 bod)**

$0 = \frac{1}{2}F_{13} - F_i$, **(1 bod)**

gdje je uvršten uvjet da tijelo 3 miruje u odnosu na tijelo 1. Vrijedi $a_1 = a_2 \equiv a$. Inercijalna sila na tijelo 3 jednaka je $F_i = m_3a$ **(1 bod)**. Prema trećem Newtonovom zakonu $F_{13} = F_{31}$ **(1 bod)**. Rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

$F_{13} = 2m_3a$,

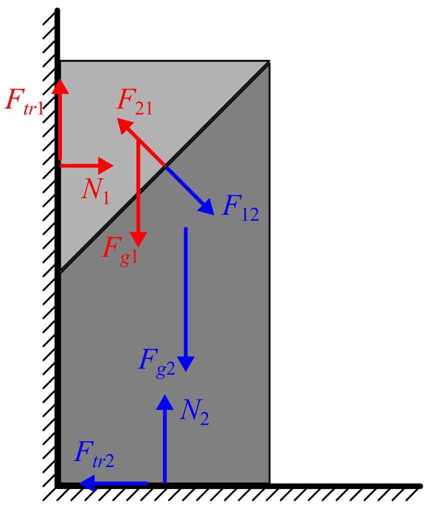
$\sqrt{3}m_3a = m_3g \;\Rightarrow\; a = \frac{1}{\sqrt{3}}g$, **(2 boda)**

$T = m_2g - m_2a$,

$m_1a = m_2g - m_2a - m_3a \;\Rightarrow\; m_1 = m_2\frac{g}{a} - m_2 - m_3 = \left(\sqrt{3}-1\right)m_2 - m_3 = 1.2$ kg. **(2 boda)**

3. zadatak (11 bodova)

Sile, koje djeluju na tijelo 1, prikazane su na slici crvenom bojom. Sile, koje djeluju na tijelo 2, prikazane su na slici plavom bojom. Iz zadanih dimenzija oba tijela može se zaključiti da je poprečni presjek tijela 1 jednakokračni trokut što znači da su dva kuta tog trokuta jednaka 45°. Drugi Newtonov zakon za tijelo 1 u horizontalnom i vertikalnom smjeru glasi:



$0 = N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}F_{21}$, **(1 bod)**

$m_1a_1 = F_{g1} - \frac{\sqrt{2}}{2}F_{21} - F_{tr1}$. **(1 bod)**

Drugi Newtonov zakon za tijelo 2 u horizontalnom i vertikalnom smjeru glasi:

$m_2a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}F_{12} - F_{tr2}$, **(1 bod)**

$0 = F_{g2} + \frac{\sqrt{2}}{2}F_{12} - N_2$. **(1 bod)**

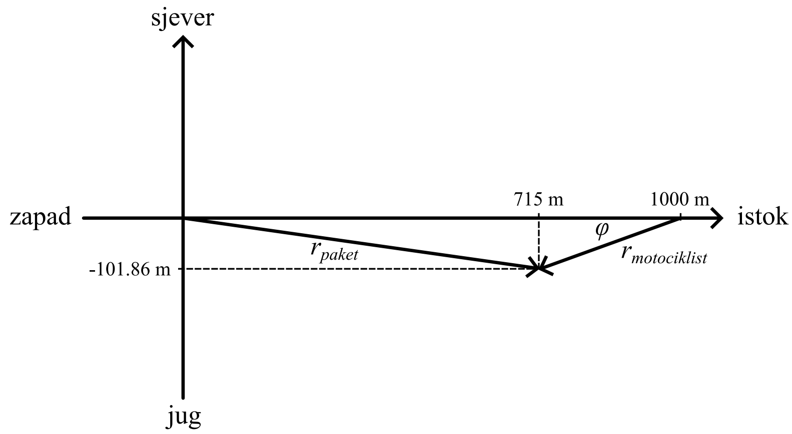
Površina poprečnog presjeka tijela 2 tri je puta veća od površine poprečnog presjeka tijela 1. S obzirom na to da su širine tijela jednake i da su tijela napravljena od istog materijala (jednaka gustoća) može se zaključiti da je masa tijela 2 tri puta veća od tijela 1, odnosno $m_2 = 3m_1$ **(1 bod)**.

Pomak tijela 1 u određenom vremenskom intervalu je Δy prema dolje, dok je pomak tijela 2 u istom vremenskom intervalu Δx prema desno. S obzirom na to da svi relevantni kutevi

iznose 45° može se zaključiti da su pomaci tijela jednaki $\Delta y = \Delta x$ iz čega slijedi da su ubrzanja tijela jednaka, odnosno $a_1 = a_2$ **(1 bod)**.
Sila kojom tijelo 1 djeluje na tijelo 2 F_{12} jednakog je iznosa kao sila kojom tijelo 2 djeluje na tijelo 1 F_{21}, odnosno $F_{12} = F_{21}$ **(1 bod)**. Prethodno slijedi iz trećeg Newtonovog zakona. Sila trenja na tijelo 1 iznosi $F_{tr1} = \mu N_1$, dok je sila trenja na tijelo 2 jednaka $F_{tr2} = \mu N_2$ **(1 bod)**.
Uvrštavanjem prethodnih relacijama u početne jednadžbe možemo najprije dobiti izraze za sile podloge na tijela 1 i 2:
$N_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$ i
$N_2 = 3mg + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$,
a zatim i sljedeći sustav jednadžbi:
$ma = mg - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21} - \mu \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$,
$3ma = \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21} - 3\mu mg - \mu \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$,
Posljednje dvije jednadžbe zbrojimo pa oduzmemo:
$4ma = mg - 3\mu mg - \mu\sqrt{2} F_{21}$,
$2ma = \sqrt{2} F_{21} - mg - 3\mu mg$.
Iz druge jednadžbe slijedi $\sqrt{2} F_{21} = 2ma + mg + 3\mu mg$. Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobiva se:
$4ma = mg - 3\mu mg - 2\mu ma - \mu mg - 3\mu^2 mg$,
$(4 + 2\mu)\, a = (1 - 4\mu - 3\mu^2)\, g$,
$a = \frac{1 - 4\mu - 3\mu^2}{4 + 2\mu} g = 0.123g = 1.2\ \mathrm{m/s^2}$. **(3 boda)**

4. zadatak (8 bodova)

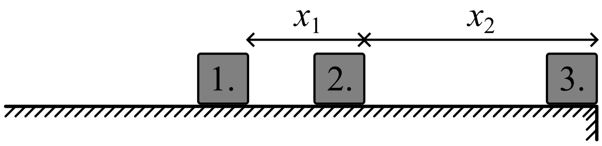
U vertikalnom smjeru gibanje paketa je slobodni pad. Vrijeme pada paketa na tlo je:
$h = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \ \Rightarrow\ t_{pad} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 11\ \mathrm{s}$. **(1 bod)**
Postavimo koordinatni sustav tako da je x os prema istoku, y os prema sjeveru i z os od tla prema gore, a ishodište koordinatnog sustava je točno ispod početnog položaja paketa. Zapišimo vektor početnog položaja:
$\vec{r}_{poc} = 605\ \mathrm{m} \cdot \hat{z}$. **(1 bod)**
Paket će se za vrijeme pada pomaknuti prema istoku zbog početne brzine gibanja u zrakoplovu. Pomak prema istoku iznosi:
$\Delta x = v_{zrakoplov} t_{pad} = 715\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
Paket će se također pomaknuti prema jugu zbog vjetra. Pomak prema jugu iznosi:
$\Delta y = v_{vjetar} t = 18 \cdot 1852\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{3600\ \mathrm{s}} \cdot 11\ \mathrm{s} = 101.86\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
Vektor konačnog položaja je:
$\vec{r}_{kon} = 715\ \mathrm{m} \cdot \hat{x} - 101.86\ \mathrm{m} \cdot \hat{y}$.
Udaljenost između početne koordinate i koordinate pada na tlo je:
$d = \sqrt{(x_{kon} - x_{poc})^2 + (y_{kon} - y_{poc})^2 + (z_{kon} - z_{poc})^2} = 942.14\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
Promatrajmo gibanje paketa samo u xy ravnini. Vektor pomaka paketa i motociklista prikazan je na slici.



Sa slike se može vidjeti da motociklist treba prijeći put:
$r_{motociklist} = \sqrt{(1000\text{ m} - 715\text{ m})^2 + (101.86\text{ m})^2} = 302.66\text{ m}.$ **(1 bod)**
Brzina gibanja motociklista je:
$v_{motociklist} = \dfrac{r_{motociklist}}{t_{pad}} = 27.5\text{ m/s} = 99.1\text{ km/h}.$ **(1 bod)**
Smjer gibanja motociklista je pod kutem φ od zapada prema jugu. Kut φ je jednak:
$\sin\varphi = \dfrac{101.86}{302.66} \Rightarrow \varphi = 19.67°.$ **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Najprije ćemo izračunati minimalnu brzinu drvene kocke koju mora imati na početku horizontalnog hica tako da padne na udaljenost $D = 15$ m. U vertikalnom smjeru gibanje kocke je slobodni pad, slijedi da je vrijeme pada jednako:
$h = \dfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 1\text{ s}.$ **(1 bod)**
Minimalna horizontalna brzina je takva da kocka za vrijeme pada na tlo prijeđe udaljenost D:
$v_{min} = \dfrac{D}{t} = 15\text{ m/s}.$ **(1 bod)**
Prema tome, kocka mora imati brzinu v_{min} ili veću tako da padne na označeno mjesto ili dalje.
Za sudar metka i drvene kocke vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:
$mv_0 = (m+M)\,v_1.$ **(1 bod)**
Nakon zabijanja metka u kocku zajedno se gibaju brzinom
$v_1 = \dfrac{m}{m+M}v_0 = \dfrac{0.05}{0.05+2.7}\cdot 385\text{ m/s} = 7\text{ m/s}.$ **(1 bod)**
Brzina v_1 nije dovoljna. Za zabijanje drugog metka u kocku vrijedi:
$mv_0 + (m+M)\,v_1 = (2m+M)\,v_2,$ **(1 bod)**
$2mv_0 = (2m+M)\,v_2,$
$v_2 = \dfrac{2m}{2m+M}v_0 = \dfrac{0.1}{0.1+2.7}\cdot 385\text{ m/s} = 13.75\text{ m/s}.$ **(1 bod)**
Ni brzina v_2 nije dovoljna. Za zabijanje trećeg metka u kocku vrijedi:
$v_3 = \dfrac{3m}{3m+M}v_0 = \dfrac{0.15}{0.15+2.7}\cdot 385\text{ m/s} = 20.26\text{ m/s}.$ **(1 bod)**
Brzina v_3 veća je od v_{min} što znači da je potrebno da se tri metka zabiju u kocku.



Minimalna udaljenost kocke od ruba horizontalne podloge određena je uvjetom da se treći metak zabije u kocku u trenutku kada se ona nalazi na rubu horizontalne podloge. Neka je početni trenutak onaj u kojem se prvi metak zabija u kocku. U tom trenutku drugi je metak udaljen $v_0\Delta t = 13.86$ m od kocke. Od početnog trenutka do trenutka zabijanja drugog metka u kocku kocka će prijeći put $x_1 = v_1 t_1$, a drugi metak $v_0\Delta t + x_1 = v_0 t_1$. Iz prve jednadžbe izrazimo t_1 i uvrstimo u drugu jednadžbu:

$v_0\Delta t + x_1 = x_1 \dfrac{v_0}{v_1} \;\Rightarrow\; x_1 = \dfrac{v_0 v_1}{v_0 - v_1}\Delta t = \dfrac{77}{300}$ m. **(1 bod)**

Analogno odredimo i put koji će prijeći kocka između zabijanja drugog i trećeg metka:

$v_0\Delta t + x_2 = x_2 \dfrac{v_0}{v_2} \;\Rightarrow\; x_2 = \dfrac{v_0 v_2}{v_0 - v_2}\Delta t = \dfrac{77}{150}$ m. **(1 bod)**

Slijedi da je minimalna udaljenost kocke od ruba stola jednaka:

$x = x_1 + x_2 = 0.77$ m.**(1 bod)**