

Zadaci za županijsko natjecanje 2021. – 3. skupina

Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

- a) Frekvenciju titranja kruga nalazimo iz relacije: (2 boda)

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 410\,936 \text{ Hz}$$

- b) Antena je spojena kao dodatni kondenzator u seriji sa postojećim kondenzatorom, pa se njihov ukupni kapacitet zbraja: $C_{uk} = C + C_A$. Izraz za promjenu frekvencija tada je dan s: (2 boda)

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L}} \left(\frac{1}{\sqrt{C}} - \frac{1}{\sqrt{C + C_A}} \right)$$

- c) Napon U_3 izračunamo preko umnoška dvaju sinusa, koristeći relaciju danu u zadatku: (2 boda)

$$U_3 = \frac{A^2}{2} [\cos(\Delta\omega t - \varphi) - \cos((2\omega + \Delta\omega)t + \varphi)]$$

Vidimo da dobijemo zbroj dvaju valova, od kojih je jedan jako visoke frekvencije ($2\omega + \Delta\omega$). Taj visokofrekventni val, prolaskom kroz RC niskopropusni filter iščezava. Preostaje nam niskofrekventni val kružne frekvencije $\Delta\omega$: (1 bod)

$$U_{out} = \frac{A^2}{2} \cos(\Delta\omega t - \varphi)$$

Fazni pomak φ u ovom slučaju više ne utječe na signal s obzirom da je to konstanta koja ne ovisi o vremenu, stoga je u redu ako se zanemari taj faktor u ovom dijelu.

- d) Uzmemo li da je donja frekvencija $\Delta f = f_L = \Delta\omega/2\pi$, dobijemo $C_A = 0.15 \text{ pF}$, a za $\Delta f = f_H$ dobijemo $C_A = 15.7 \text{ pF}$. Takve vrijednosti kapaciteta odgovaraju tzv. parazitskom kapacitetu antene. (3 boda)

Zadatak 2 (10 bodova)

Kuglica na opruzi se ponaša kao harmonički oscilator. Kako je nabijena, tako je promjenjivo električno polje pomiče, stoga zaključujemo kako se radi o tjeranom harmoničkom oscilatoru. (2 boda)

Stalno rastuća amplituda za frekvenciju $f = 1.2 \text{ Hz}$ upućuje da je na toj frekvenciji oscilator u rezonanciji. (2 boda)

Rezonantna frekvencija opruge i mase je: $f = 1/2\pi\sqrt{k/m}$, pa je traženi omjer $m/k = 0.017 \text{ s}^2$. (2 boda)

Na frekvencijama većim od rezonantne tjerani harmonički oscilator se ponaša tako da je pomak u suprotnom smjeru od sile tjeranja. Kako je rečeno da je pomak kuglice prema dolje, zaključujemo da je smjer sile prema gore. Veza sile i električnog polja je $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$, ako je polje prema gore, i sila prema gore, naboj je tada pozitivan: $q > 0$. (4 boda)

Zadatak 3 (10 bodova)

Prerežemo li zavojnicu na tri jednaka dijela, svaki dio ima $N/3$ namotaja na duljini $l/3$, gdje su N i l ukupni broj namotaja i duljina početne zavojnice. Iz relacije za induktivitet zavojnice:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

možemo zaključiti da će induktivitet jednog razrezanog dijela biti $L_3 = L/3$. **(2 boda)**

Slično, podjela kondenzatora na tri dijela znači da svaki dio ima površinu ploče $A/3$. S obzirom na relaciju za kapacitet:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

kapacitet jednog razrezanog kondenzatora će biti $C_3 = C/3$. **(2 boda)**

Frekvencija novog kruga je dakle: **(3 boda)**

$$f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{L}{3}\frac{C}{3}}} = \frac{3}{2\pi\sqrt{LC}} = 3f_0 = 3 \text{ kHz}$$

Za općenite N i M vrijedi:

$$f_{NM} = \sqrt{NM} f_0$$

S obzirom da su N i M cijeli brojevi veći od 1, nemoguće je dobiti faktor $\sqrt{7}$. **(3 boda)**

Zadatak 4 (12 bodova)

Ulaskom petlje u B_1 područje inducira se struja u smjeru kazaljke na satu, koja hoće generirati polje smjera "u papir". Zbog Lenzovog pravila to znači da je bolje B_1 u smjeru "izvan papira". **(2 boda)**

Prelaskom petlje iz područja B_1 u B_2 inducirana struja je u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, što upućuje da se polje B_2 smanjilo te ga inducirana struja želi pojačati. Za smjer polja moramo ipak izračunati vrijednosti.

Inducirani napon (bez predznaka) dan je s:

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Promjena toka u petlji dolazi zbog promjene magnetskog polja zbog kretanja petlje brzinom v iz područja a u b : $\Delta\Phi = (B_b - B_a)H\Delta x$. Područje a je područje koje petlja napušta, a b u koje dolazi. U zadatku je u prvom dijelu $B_a = 0$, $B_b = B_1$, dok je u drugom dijelu $B_a = B_1$, $B_b = B_2$. Pišemo općeniti izraz za induciranu struju:

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{(B_b - B_a)Hv}{R}$$

Rješenje za prvo polje je: $B_1 = 30 \mu\text{T}$ izvan papira. **(3 boda)**

Rješenje za drugo polje je: $B_2 = 10 \mu\text{T}$ izvan papira. Inducirana struja pokušava vratiti polje na staru jačinu ($30 \mu\text{T}$) no to ne znači nužno da je polje promijenilo smjer, samo da

je slabije.

(4 boda)

S obzirom da je struja inducirana samo dok petlja prelazi iz jednog područja u drugo, širina jednog pravokutnika na grafu odgovara duljini petlje: D . Stoga je duljina $a = 2D = 10$ cm, a $b = 4D = 20$ cm.

(3 boda)

Zadatak 5 (8 bodova)

Efektivna vrijednost izmjeničnog napona dana je s $U_s = U/\sqrt{2} = 240$ V. Ukupna impedancija strujnog kruga je serijski spoj otpornika i zavojnice:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 43.44 \Omega$$

Efektivna struja kroz krug je tada: $I_s = U_s/Z = 5.52$ A.

Ukupna snaga je: $P_{uk} = I_s^2 Z = 1326$ VA.

(3 boda)

Jalova snaga je: $P_j = I_s^2 X_L = 959$ VAR.

(3 boda)

Korisna snaga je: $P_R = I_s^2 R = 916$ W.

(2 boda)

Napomena: ovdje smo koristili elektrotehničke jedinice W, VAR i VA. Te jedinice se koriste u tehnici kako bi bilo potpuno jasno o kojoj vrsti snage se radi. Naravno, sve tri snage se fizikalno izražavaju u W, te se za takav zapis daju svi bodovi. Bodovi se oduzimaju u slučaju da učenik koristi tehničke jedinice na krivi način (npr. korisnu snagu izražava u VA).