Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

09.03.2021.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Idealno crno tijelo zadovoljava Wienov zakon zračenja koji povezuje temperaturu crnog tijela s valnom duljinom na kojoj se opaža maksimum zračenja

$$\lambda T = b = \text{konst.} \qquad [2 \text{ boda}]$$

Kad zagrijemo tijelo, mora vrijediti

$$\lambda T = \frac{\lambda}{3}(T + \Delta T). \qquad [2 \text{ boda}]$$

Odavde imamo

$$T = \frac{\Delta T}{2} \qquad [2 \text{ boda}]$$

$$= 50\,\text{K}. \qquad [1 \text{ bod}]$$

2. Neka je S početni referentni sustav u kojem se prva čestica giba uzduž osi x, a druga čestica uzduž osi y tako da vrijedi

$$x_1 = X_0 + v_1 t, \quad y_1 = 0, \qquad \text{[1 BOD]}$$

kao i

$$x_2 = 0, \quad y_2 = Y_0 + v_2 t. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Ovdje su X_0 i Y_0 početni položaji čestica. Sada se preselimo u novi referentni sustav S' koji se giba brzinom v_1 u smjeru x. Lorentzove transformacije koje povezuju koordinate u ova dva sustava su

$$x' = \gamma_1(x - v_1 t), \quad y' = y, \quad t' = \gamma_1(t - v_1 x/c^2), \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Ako ubacimo ove transformacije u putanje čestica, dobijemo da prva čestica (očekivano) miruje u ovom sustavu,

$$x_1' = \gamma_1 X_0, \quad y_1' = 0, \qquad \text{[2 BODA]}$$

dok je putanja druge čestice

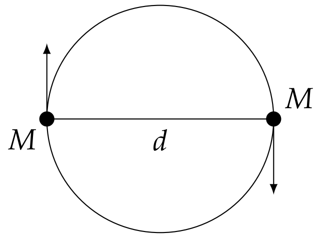
$$x_2' = -v_1 t', \quad y_2' = Y_0 + \frac{v_2}{\gamma_1} t'. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Vidimo da se druga čestica, u odnosu na prvu, giba relativnom brzinom

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{(-v_1)^2 + (v_2/\gamma_1)^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - (v_1 v_2)^2/c^2} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= \frac{c}{\sqrt{3}} = 0.58c. \qquad \text{[1 BOD]}$$

3. U trenutku kad se javlja najveća razlika među valnim duljinama zračenja, jedna zvijezda se giba prema promatraču (Zemlji), a druga od njega, kako prikazuje slika. [2 BODA]



daleki promatrač

Ako je λ_0 valna duljina zračenja u sustavu mirovanja zvijezde, promatrač na Zemlji će u tom trenutku opaziti zračenje valnih duljina

$$\lambda_{\max} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad \text{i} \quad \lambda_{\min} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je $\beta = v/c$ normirana brzina svake od zvijezda. Tada je

$$\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}} = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{(\lambda_{\max} + \lambda_{\min})/2} = 2\beta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Obzirom na numeričku vrijednost $\Delta\lambda/\bar{\lambda}$ zadanu u zadatku, vidimo da je gibanje zvijezda potpuno nerelativističko pa je i daljnja analiza isto takva. Ako dvije zvijezde pod utjecajem gravitacije orbitiraju po kružnici polumjera $R = d/2$, onda vrijedi

$$\frac{Mv^2}{R} = \frac{GM^2}{(2R)^2}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je G Newtonova gravitacijska konstanta. Osim toga, T je poluperiod gibanja, pa vrijedi i

$$v = \frac{R\pi}{T}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Sad je lako dobiti

$$d = 2R = 2\frac{vT}{\pi} = \frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}} \frac{cT}{\pi} \qquad [2\ \text{BODA}]$$
$$= 2.97 \times 10^{10}\,\text{m}, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

te

$$M = \frac{2dv^2}{G} = \left(\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}}\right)^3 \frac{c^3 T}{2\pi G} \qquad [2\ \text{BODA}]$$
$$= 2.89 \times 10^{29}\,\text{kg}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

4. Kad djelomično polarizirana svjetlost prođe kroz polarizator, tada se intenzitet nepolariziranoj komponenti smanji na polovicu, a intenzitet polariziranoj komponenti se smanji prema Malusovom zakonu, tako da je novi intenzitet

$$I' = \frac{1}{2} I_1 + I_2 \cos^2 \varphi, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je φ kut između smjera polarizacije polariziranog dijela svjetlosti i ravnine polarizatora. Odavde vidimo da se najveći i najmanji intenziteti ostvaruju za kutove $\varphi = 0$ i $\varphi = \pi/2$, odnosno,

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_1 + I_2, \quad I_{\text{min}} = \frac{1}{2} I_1, \qquad \text{[2 BODA]}$$

pa je stupanj polarizacije

$$P = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= \frac{1}{3}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

5. Ako snop elektrona upada okomito na kristal, a reflektira se pod kutom θ, tada je pomak u hodu između dvije zrake koje su se reflektirale od susjednih kristalnih ravnina

$$\Delta x = d + d\cos\theta = 2d\cos^2\frac{\theta}{2}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je d udaljenost između dviju susjednih kristalnih ravnina. U slučaju maksimuma difrakcije, ova razlika u hodu mora biti jednaka cijelobrojnom višekratniku valnih duljina upadnih elektrona

$$\Delta x = n\lambda, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje je, u našem slučaju, $n = 4$. Valnu duljinu elektrona možemo odrediti iz de Broglijeve relacije

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_\mathrm{k}}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Zadana kinetička elektrona je dovoljno malena da nije nužno koristiti relativističku formulu koja povezuje kinetičku energije i količinu gibanja. Prema tome, razmak između kristalnih ravnina je

$$d = \frac{nh}{2\sqrt{2mE_\mathrm{k}}\cos^2\frac{\theta}{2}} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 2.33 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}. \qquad \text{[1 BOD]}$$